Hoofdstuk 4 - Zicht op toeval

Voorkennis

V-1a Bij de mannen is $\frac{1}{12} \times 100\% \approx 8,3\%$ kleurenblind.

b Bij de vrouwen is dit $\frac{4}{1000} \cdot 100\% = 0,4\%$.

c Nee, je kunt hier niets over zeggen want toeval speelt hier ook een rol.

V-2a

aantal simkaarten	5000	50	25
percentage	100	1	0,5

De groothandel mag 25 defecte simkaarten verwachten.

b In totaal 47 defecte simkaarten is veel meer dan je mag verwachten.
Het lijkt erop dat de bewering van de fabrikant niet klopt.

V-3a Er zijn in totaal $5+3+7=15$ knikkers en daarvan zijn er 5 blauw.
De kans dat je een blauwe knikker pakt is 5 op 15, dus Aisa heeft gelijk.
De kans dat je een blauwe knikker pakt is $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$, dus Berend heeft gelijk.

gedeelte		$\frac{3}{3}$	$\frac{1}{3}$
percentage	100	33,33...	

De kans dat je een blauwe knikker pakt is ongeveer 33,3%, dus Carlos heeft gelijk.

b Er zijn 3 rode knikkers, dus de kans dat je een rode knikker pakt is 3 op 15 of $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

gedeelte		$\frac{5}{5}$	$\frac{1}{5}$
percentage	100	20	

De kans dat je een blauwe knikker pakt is 20%.

V-4a In een volledig kaartspel zitten 52 kaarten.

b Van die kaarten zijn er 13 schoppen.

c De kans op het trekken van een schoppen uit een volledig kaartspel is 13 op 52.

d De kans op het trekken van een schoppen is $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$.

e

gedeelte		$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{4}$
percentage	100	25	

De kans op het trekken van een schoppen is 25%.

V-5a In de klas zitten $5+6=11$ kinderen, waarvan 6 jongens.

gedeelte		$\frac{11}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{6}{11}$
percentage	100	9,090...	54,545...	

De kans dat dit een jongen is is ongeveer 54,55%.

b In de klas zitten 6 jongens. De kans dat Yannick dat is is $\frac{1}{6}$.

gedeelte		$\frac{6}{6}$	$\frac{1}{6}$
percentage	100	16,666...	

De kans dat Yannick dat is is ongeveer 16,67%.

V-6a In het boomdiagram in het voorbeeld komen dan telkens vijf takken in plaats van de twee takken die er nu staan.

b Er zijn dan $3 \cdot 5 = 15$ verschillende combinaties mogelijk.

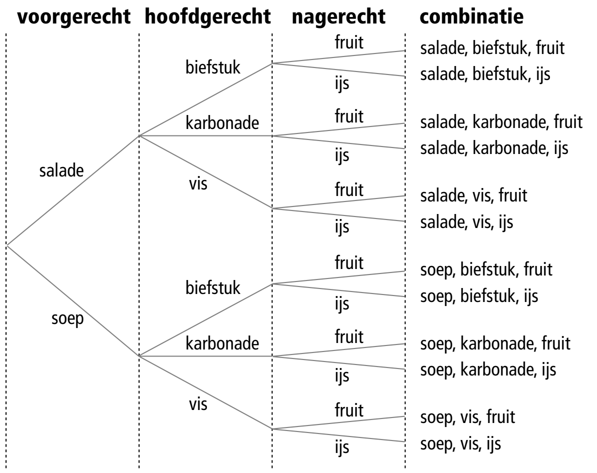
c Bij twee combinaties hebben de broek en het T-shirt dan dezelfde kleur.

d

gedeelte		$\frac{15}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$
percentage	100	6,666...	13,333...	

De kans dat Gerard zo'n combinatie pakt is ongeveer 13,33%.

V-7a



b Er zijn $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ verschillende maaltijden mogelijk.

c De kans op vis is 4 op 12 of $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ of ongeveer 33,33%.

4-1 Steekproeven

1a Bijvoorbeeld de kosten van het onderzoek, de tijd die nodig is om het onderzoek te doen en het verwerken van resultaten wordt moeilijker.

b Methode A is niet geschikt, want mensen die werken op dinsdagmorgen kunnen niet mee doen en je bereikt maar een deel van de bevolking.
Methode B is niet geschikt, want mensen die niet werken of thuis werken hebben een grotere kans om mee te doen.
Methode C is niet geschikt, want mensen die geïnteresseerd zijn in politiek zullen de vragenlijst eerder terugsturen.
Methode D is goed, want iedereen heeft evenveel kans om ondervraagd te worden.

c Het onderzoek geeft dan een verkeerd beeld omdat dan ook kinderen die niet mogen stemmen aan het onderzoek mee kunnen doen.

d

aantal mensen	250	1	82
percentage	100	0,4	32,8

Dat is 32,8% van de ondervraagden.

e Ongeveer $0,328 \cdot 24\,000 = 7872$ inwoners kennen de naam van de lijsttrekker.

2a

aantal mensen	75	1	31
percentage	100	1,333...	41,333...

Ongeveer 41,3% van de ondervraagden kent de naam van de lijsttrekker.

b Nee, want deze groep ondervraagde mensen is kleiner en toeval speelt dan een grote rol.

3a Een enquête onder 1% van de inwoners zal groot genoeg zijn, tenminste als alle mensen dezelfde kans hebben om aan de enquête mee te mogen doen.
Een enquête onder 10% is te groot om uit te voeren.

b Kinderen vormen juist de belangrijkste groep die naar het nieuwe zwembad zullen gaan en maar 20 kinderen hebben de enquête ingevuld.

4 Methode A geeft geen betrouwbare steekproef, want het betreft alleen lezers van het tijdschrift van Greenpeace.
Methode B geeft geen betrouwbare steekproef, want het betreft alleen middelbare scholieren.
Methode C geeft geen betrouwbare steekproef, want 20 mensen is een te klein aantal.
Methode D geeft wel een betrouwbare steekproef.
Methode E geeft geen betrouwbare steekproef, want het betreft alleen treinreizigers.

5a Bij methode A kunnen alleen leerlingen uit klas 3 in de steekproef terechtkomen en niet iedere leerling heeft kans om in de steekproef terecht te komen.
Bij methode B gaan leerlingen die tevreden zijn misschien eerder naar de kantine.
Bij methode C zullen leerlingen die ontevreden zijn waarschijnlijk eerder een vragenformulier invullen dan leerlingen die tevreden zijn.

b Bijvoorbeeld uit het leerlingenbestand van de school willekeurig 50 leerlingen selecteren.

c

aantal leerlingen	50	1	27
percentage	100	2	54

Dat is 54% van de leerlingen.

d Nee, want in de onderzoeken speelt toeval een rol en hierdoor kan het resultaat iets afwijken.

6a Naar verwachting zullen $\frac{1}{6} \times 24 = 4$ van deze leerlingen minder dan drie keer per dag een sms-je verzenden.

b Ja, want volgens het onderzoek is de kans $\frac{1}{6}$ en de kans om 6 te gooien is ook $\frac{1}{6}$.

c Nee, je mag alleen concluderen dat het voor de klas van Annelot niet waar is.

4-2 Simuleren

7a -

b -

c Waarschijnlijk zal ieder cijfer ongeveer even vaak voorkomen, maar het zal zeker niet zo zijn dat ieder cijfer precies vier keer voorkomt.

d Ieder cijfer zal ongeveer $\frac{1}{10} \times 30\,000 = 3000$ keer voorkomen.

8a -

b De kans op een even cijfer is even groot als de kans op een oneven cijfer, want er zijn vijf even cijfers namelijk 0, 2, 4, 6 en 8 en vijf oneven cijfers namelijk 1, 3, 5, 7 en 9.

c -

d -

9a Je krijgt achtereenvolgens 0 jongens, 0 jongens, 1 jongen, 1 jongen, 3 jongens, 1 jongen, 1 jongen, 2 jongens, 1 jongen, 0 jongens, 1 jongen, 3 jongens, 0 jongens, 1 jongen, 2 jongens, 0 jongens, 2 jongens, 2 jongens, 2 jongens en 2 jongens.
Dus 5 keer 0 jongens, 7 keer 1 jongen, 6 keer 2 jongen en 2 keer 3 jongens.

b In 5 van de 20 gezinnen zijn er nul jongens en drie meisjes. De kans is $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

gedeelte	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{4}$
percentage	100	25

In 25% van deze gezinnen zijn er drie meisjes.

c De kans op een gezin met bijvoorbeeld één jongen en twee meisjes is groter dan de kans op drie meisjes. Bij de eerste kans heb je als mogelijke volgordes waarin de kinderen geboren worden jmm, mjm en mmj, maar bij de tweede kans heb je alleen de volgorde mmm.
In de simulatie komt de gezinssamenstelling met één jongen en twee meisjes het vaakst voor.

10a Bij een dobbelsteen is de kans op zes 1 op 6, maar bij toevalsgetallen is de kans op een zes 1 op 10 en bij toevalsgetallen kunnen ook getallen groter dan zes voorkomen.

b Ja, de simulatie van Elgin is goed

11a Nee, want twaalf leerlingen is een kleine steekproef. Het resultaat in de steekproef hoeft daarom niet helemaal met de mening van alle leerlingen overeen te stemmen.

b Rokus gaat uit van 60% tevreden leerlingen en de door hem gekozen zes van de tien cijfers komen overeen met tevreden leerlingen.

c -

12a Hij zal de kans op twee meisjes 9 op 25 schatten.

b Hij zal de kans op twee meisjes nu 37 op 100 schatten.

c De tweede simulatie is het meest betrouwbaar omdat daarbij het experiment het vaakst herhaald wordt.

d Alle mogelijke samenstellingen zijn jjj, jjm, jmj, mjj, jmm, mjm, mmj en mmm.

e De kans op twee meisjes zal 3 op 8 zijn.

13a Het draaien met tol 1 kun je bijvoorbeeld simuleren door 0 en 1 te kiezen voor blauw, 2 en 3 te kiezen voor rood, 4 en 5 te kiezen voor groen, 6 en 7 te kiezen voor oranje en de toevalsgetallen 8 of 9 niet mee te tellen.

b Het draaien met tol 2 kun je bijvoorbeeld simuleren door 0, 1 en 2 te kiezen voor blauw, 3, 4 en 5 te kiezen voor rood, 6, 7 en 8 te kiezen voor groen en het toevalsgetal 9 niet mee te tellen.

c -

4-3 Kansexperimenten

14a Als je 30 keer met een geldstuk gooit, dan verwacht je dat ongeveer $30 : 2 = 15$ keer kop boven komt.

b -

c -

d Elie heeft gelijk, want het geldstuk heeft geen geheugen. Bij elke keer gooien is er weer 50% kans op kop en 50% kans op munt. De kans op twee keer munt en twee keer kop is dan groter dan de kans op vier keer munt.

15a Rob heeft waarschijnlijk tol A gebruikt, want ongeveer 2 op 3 keer draaien levert daarbij een 1 op.

b

gedeelte	$\frac{3}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
percentage	100	33,333...	66,666...

Je hebt ongeveer 66,67% kans op een 1 bij die tol.

c

gedeelte	$\frac{10}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$
percentage	100	10	40

Bij 10 keer draaien kreeg hij in 40% van het aantal keren draaien een 1.

gedeelte	$\frac{50}{50}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{37}{50}$
percentage	100	2	74

Bij 50 keer draaien kreeg hij in 74% van het aantal keren draaien een 1.

gedeelte	$\frac{100}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{71}{100}$
percentage	100	1	71

Bij 100 keer draaien kreeg hij in 71% van het aantal keren draaien een 1.

gedeelte	$\frac{1000}{1000}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{671}{1000}$
percentage	100	0,1	67,1

Bij 1000 keer draaien kreeg hij in 67,1% van het aantal keren draaien een 1.

16a Bij 20 keer gooien verwacht je 10 keer kop, dus het verschil is $11 - 10 = 1$.

b Bij 200 keer gooien verwacht je 100 keer kop, dus het verschil is $100 - 92 = 8$.
Bij 2000 keer gooien verwacht je 1000 keer kop, dus het verschil is $1000 - 986 = 14$.

c

gedeelte	$\frac{20}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{11}{20}$
percentage	100	5	55

Bij 20 keer gooien is het percentage kop 55%.

d

gedeelte	$\frac{200}{200}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{92}{200}$
percentage	100	0,5	46

Bij 200 keer gooien is het percentage kop 46%.

gedeelte	$\frac{2000}{2000}$	$\frac{1}{2000}$	$\frac{986}{2000}$
percentage	100	0,05	49,3

Bij 2000 keer gooien is het percentage kop 49,3%.

e De simulatie van 2000 keer gooien komt het best overeen met de verwachting.

17a Nee, die kans zal veel groter zijn.

b -

c -

d -

e -

f De kans dat je na drie keer gooien nog geen zes hebt is nu 147 op 250.

gedeelte	$\frac{250}{250}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{147}{250}$
percentage	100	0,4	58,8

De kans dat je na drie keer gooien nog geen zes hebt is nu 58,8%.
Dit zal waarschijnlijk wel een betere schatting zijn dan bij opdracht e omdat je het experiment nu vaker hebt herhaald.

g De kans dat je de vierde keer wel een 6 gooit blijft 1 op 6.

18a De kans dat je een vier gooit is volgens het staafdiagram $\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$.

b Ja en nee. Je verwacht dat iedere aantal ogen ongeveer even vaak voor zal komen en dat is het geval, maar een aantal ogen 1 komt veel minder voor dan je zou verwachten en een aantal ogen 3 komt veel vaker voor dan je zou verwachten.

c Het staafdiagram moet uit zes staven bij 1, 2, 3, 4, 5 en 6 ogen bestaan en die staven moeten allemaal ongeveer even hoog, namelijk $3000:6=500$, zijn.

19a Twaalf ogen kun je alleen krijgen bij 6 ogen plus 6 ogen, maar tien ogen kun je krijgen bij 4 ogen plus 6 ogen, bij 5 ogen plus 5 ogen en bij 6 ogen plus 4 ogen.
De kans op tien ogen is dus drie keer zo groot als de kans op twaalf ogen.

b De uitkomst zeven ogen heeft de grootste kans.

c Er zijn in totaal $6\cdot 6=36$ mogelijkheden. Je kunt zeven ogen gooien als $1+6$, $2+5$, $3+4$, $4+3$, $5+2$ en $6+1$ en dat zijn 6 mogelijkheden.
De kans op zeven ogen is $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

d In het staafdiagram zie je dat de kans op zeven ogen groter is dan de kans op drie ogen. Je kunt het ook beredeneren. Om zeven ogen te gooien zijn er 6 mogelijkheden.
Je kunt drie ogen gooien als $1+2$ en als $2+1$ en dat zijn maar 2 mogelijkheden.

e Er zijn in totaal $6\cdot 6=36$ mogelijkheden en dubbel vijf kun je alleen gooien als $5+5$, dus dat kun je op 1 manier gooien. De kans dat je dubbel vijf gooit is dus $\frac{1}{36}$.

f Je kunt dubbel gooien als $1+1$, $2+2$, $3+3$, $4+4$, $5+5$ en $6+6$ en dat zijn 6 mogelijkheden. De kans dat je dubbel gooit is dan $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

4-4 Kansen berekenen

20a

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	0	1	2	3	4	5
⚁	1	0	1	2	3	4
⚂	2	1	0	1	2	3
⚃	3	2	1	0	1	2
⚄	4	3	2	1	0	1
⚅	5	4	3	2	1	0

b Het verschil 0 komt zes keer voor. De kans daarop is 6 op 36 of 1 op 6.

gedeelte	$\frac{6}{6}$	$\frac{1}{6}$
percentage	100	16,666...

De kans op het verschil 0 is 16,7%.

c

verschil van de ogen	0	1	2	3	4	5
kans in procenten	16,7	27,8	22,2	16,7	11,1	5,6

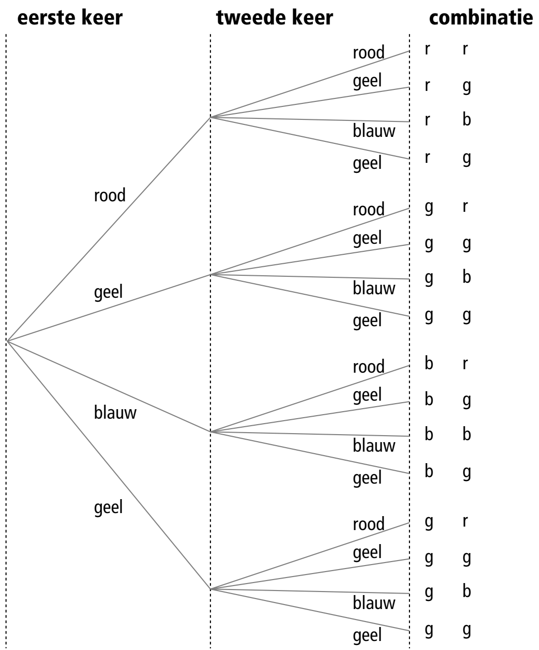
d Als er 2400 keer wordt geworpen, dan verwacht je $\frac{6}{36} \times 2400 = 400$ keer een verschil van 3 ogen. En dan verwacht je $\frac{2}{36} \times 2400 \approx 133$ keer een verschil van 5 ogen.

21a De tol bestaat uit vier even grote gekleurde stukken en één stuk daarvan is rood, dus de kans dat de pijl rood aanwijst is $\frac{1}{4}$. Dat er drie kleuren zijn wil niet zeggen dat de kans op ieder van die kleuren gelijk aan $\frac{1}{3}$ is.

b De kans dat de pijl na het draaien geel aanwijst is $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

c De fout die Jean maakt is dat er bij de eerste keer draaien niet drie, maar vier mogelijkheden met gelijke kans zijn. Hetzelfde geldt bij de tweede keer draaien.

d



e De kans op twee keer achter elkaar blauw is $\frac{1}{16}$.

f De kans op twee keer achter elkaar geel is $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.

22a Bij de eerste dobbelsteen komt 6 gooien één keer voor, maar geen 6 gooien moet eigenlijk vijf keer voorkomen. Hetzelfde geldt bij de tweede dobbelsteen.

b Een tabel maken is bij het vinden van deze kans handiger, want een correct boomdiagram zou eigenlijk $6 \cdot 6 = 36$ combinaties moeten bevatten.

c De kans op één keer 6 en één keer geen 6 is $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

d De kans op twee keer geen 6 is $\frac{25}{36}$.

gedeelte	$\frac{36}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{25}{36}$
percentage	100	2,777...	69,444...

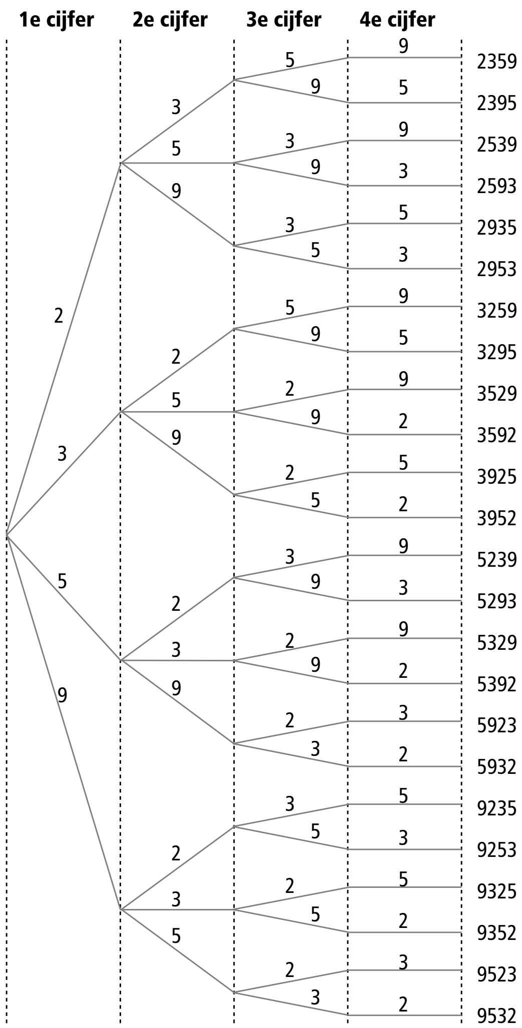
De kans op twee keer geen 6 is ongeveer 69,44%.

e Beide ogen een drievoud kan bij 3 en 3, bij 3 en 6, bij 6 en 3 en bij 6 en 6.
De kans dat het aantal ogen op beide dobbelstenen een drievoud is is $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

f De kans om twee keer geen drievoud te krijgen is $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.

23a Voor het eerste cijfer moet 2, 3, 5 of 9 worden ingesteld. Het cijfer dat wordt ingesteld zal daarna niet meer als tweede cijfer worden ingesteld en er blijven drie cijfers over.

b



c Ze moet maximaal $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ verschillende combinaties proberen.

d De kans dat ze in één keer de goede combinatie vindt is $\frac{1}{24}$.

e Met de cijfers 1, 7, 7 en 9 van Harm Paul zijn 12 verschillende combinaties te maken.
De kans dat hij in één keer de goede combinatie vindt is $\frac{1}{12}$.

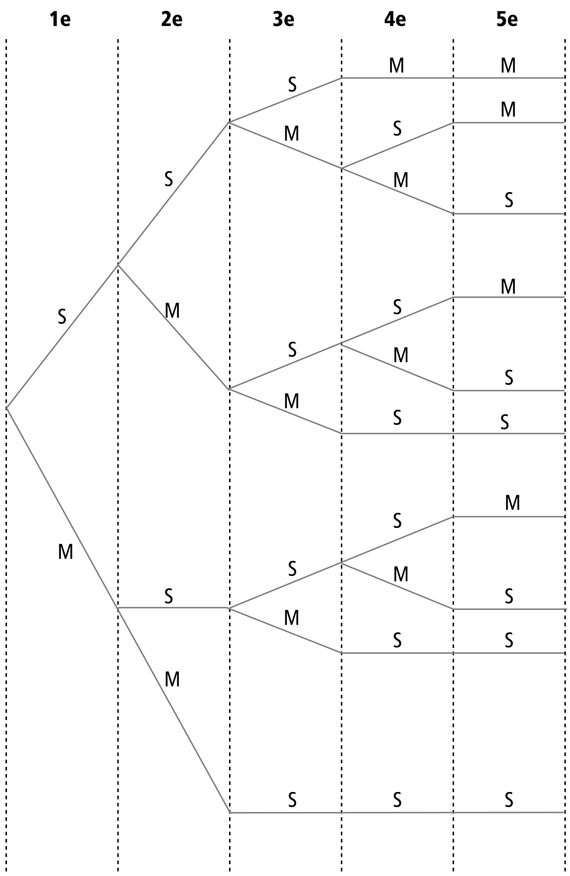
24a In totaal staan er $4+8+12=24$ nummers op het rad. Daarvan zijn er vier groen.
De kans dat de pijl op het groene deel komt is $\frac{4}{24}=\frac{1}{6}\approx 0{,}17$.

b Als je 300 keer draait, dan verwacht je dat de pijl $\frac{12}{24}\cdot 300=150$ keer op het gele deel komt.

c Het blauwe deel is groter dan het groene deel, dus de kans dat de pijl op het blauwe deel komt is groter dan de kans dat de pijl op het groene deel komt.
De kans dat de pijl twee keer achter elkaar op het blauwe deel komt is dan ook groter dan de kans dat de pijl twee keer achter elkaar op het groene deel komt.

d Er zijn acht blauwe nummers. De kans dat de pijl op het blauwe deel komt is $\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$.
Die kans is dus 1 op 3.
De kans op twee keer op het blauwe deel is dan 1 op 9 of $\frac{1}{9}$.

25a Bij de eerste en tweede vertakking zijn er inderdaad telkens twee takken, maar daarna niet meer. Zie het boomdiagram hieronder.



b Het boomdiagram levert tien mogelijkheden op.

c Er zijn vijf wedstrijdverlopen waarbij MNM op voorsprong heeft gestaan.

4-5 Gemengde opdrachten

26a De kans op een uitbetaling van € 2,50 is $\frac{1}{5}$.
b De kans dat je minder dan € 1,50 krijgt is $\frac{3}{5}$.
c Ja, ook de worpen van € 0,00 + € 1,50 en € 0,50 + € 1,00 geven € 1,50 als bedrag.
d

		tweede pijl				
		0,00	0,50	1,00	1,50	2,50
eerste pijl	0,00	0,00	0,50	1,00	1,50	2,50
	0,50	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00
	1,00	1,00	1,50	2,00	2,50	3,50
	1,50	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00
	2,50	2,50	3,00	3,50	4,00	5,00

e De kans dat je precies de € 2,50 die je betaald hebt terug krijgt is $\frac{4}{25}$.
f De kans dat je meer dan € 1,50 terug krijgt is $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.
g De kans dat je twee keer hetzelfde bedrag raakt is $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.

27a Er zijn vier mogelijke samenstellingen voor een gezin met twee kinderen, namelijk mm, mj, jm en jj. Eén daarvan heeft twee meisjes.
De kans dat een gezin met twee kinderen twee meisjes heeft is $\frac{1}{4} = 0,25$.
b De kans dat het een jongen en een meisje is is $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$.
c Er zijn acht mogelijke samenstellingen voor een gezin met drie kinderen, namelijk mmm, mmj, mjm, jmm, mjj, mjm, jmm en jjj.
Daarvan zijn er drie met twee jongens en één meisje.
De kans dat een gezin met drie kinderen twee jongens en één meisjes telt is $\frac{3}{8}$.

gedeelte	$\frac{8}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
percentage	100	0,125	0,375

De kans dat een gezin met drie kinderen twee jongens en één meisjes telt is 37,5%.
d Een gezin met vier kinderen kan bestaan uit vier meisjes (mmmm), drie meisjes en één jongen (mmmj, mmjm, mjmm of jmmm), twee meisjes en twee jongens (mmjj, mjmj, mjjm, jmmj, jmjm of jjmm), één meisje en drie jongen (mjjj, jmjj, jjmj of jjjm) of vier jongens (jjjj). In totaal zijn er dus zestien mogelijke samenstellingen.
De kans op vier meisjes is $\frac{1}{16}$, de kans op drie meisjes en één jongen is $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$, de kans op twee meisjes en twee jongens is $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$, de kans op één meisje en drie jongens is $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ en de kans op vier jongens is $\frac{1}{16}$.

28a Zo'n tenniswedstrijd kan maximaal drie sets duren.
b De mogelijke wedstrijdverlopen zijn SS, SVS, VSS, VV, VSV en SVV.
c Je krijgt achtereenvolgens VV, SS, SVV, VV, VSS, VSS, SVS, VSS, SS, VSV, VSV, SS, VSV, SVS, SS, VSS, SVS, SS, SVS, SVS, SS, VSS, SVV, VV, VV, SVS, SVV, VV, SS en SVS.
Dus SS komt 7 keer voor, SVS komt 7 keer voor, VSS komt 5 keer voor, VV komt 5 keer voor, VSV komt 3 keer voor en SVV komt 3 keer voor.
d Hiervan zijn $7+5=12$ wedstrijden na twee sets voorbij.
e Van deze wedstrijden worden er $5+3+3=11$ door Venus gewonnen.
Dat komt niet precies overeen met wat je zou verwachten, want dan zouden door Venus $30:2=15$ wedstrijden worden gewonnen, maar het komt wel ongeveer overeen.

29a De combinatie bel en bel zal het minst voorkomen, want er staat maar één bel op ieder van de trommels.

b Er zijn tien mogelijkheden waarvan vier appels.
De kans dat dan in het rechter venster ook een appel te zien zal zijn is $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

c Er zijn in totaal $10 \cdot 10 = 100$ combinaties mogelijk. Daarvan zijn er $5 \cdot 5 = 25$ met twee citroenen.
De kans dat je twee citroenen te zien krijgt is $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.

d Met een citroen heb je de grootste kans zo'n prijs te winnen, want op ieder van de trommels staat het figuurtje citroen het vaakst.

e Er zijn in totaal $10 \cdot 10 = 100$ combinaties mogelijk. Daarvan zijn er $5 \cdot 5 = 25$ met twee citroenen, $4 \cdot 4 = 16$ met twee appels en $1 \cdot 1 = 1$ met twee bellen.
Er zijn in totaal $25 + 16 + 1 = 42$ combinaties waarmee je een prijs wint.
De kans dat je een prijs wint is $\frac{42}{100} = \frac{21}{50}$.

30a Deze weddenschap lijkt het gunstigst voor Tjarco, want behalve een 1 en een 6 zijn er nog vier cijfers.

b

	1	2	3	4	5	6
1	1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2	2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3	3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4	4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5	5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6	6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

c De kans op een 1, een 6, of allebei is $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

d Nee, want de kans dat Liesbeth wint is $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ en de kans dat Tjarco wint is $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.

31a De hoek van 36° hoort bij een prijs van € 1.000,-, de hoeken van 72° horen bij de prijzen van € 250,- en € 100,- en de hoek van 180° hoort bij een prijs van € 10,-.

b De kans op een prijs van € 250,- is $\frac{72}{360} = \frac{1}{5}$.

c De kans op een prijs van € 10,- is $\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$, de kans op een prijs van € 100,- is $\frac{72}{360} = \frac{1}{5}$ en de kans op een prijs van € 1.000,- is $\frac{36}{360} = \frac{1}{10}$.

d Je kunt ongeveer $\frac{1}{2} \cdot 200 = 100$ keer een prijs van € 10,- verwachten, ongeveer $\frac{1}{5} \cdot 200 = 40$ keer een prijs van € 100,-, ongeveer $\frac{1}{5} \cdot 200 = 40$ keer een prijs van € 250,- en ongeveer $\frac{1}{10} \cdot 200 = 20$ keer een prijs van € 1.000,-.
Dat klopt redelijk met de resultaten in de tabel.

e Simuleer met toevalsgetallen en neem bijvoorbeeld de cijfers 1, 2, 3, 4 en 5 voor een prijs van € 10,-, de cijfers 6 en 7 voor een prijs van € 100,-, de cijfers 8 en 9 voor een prijs van € 250,- en het cijfer 0 voor een prijs van € 1.000,-.
Maak rijtjes van drie toevalsgetallen en tel te bijbehorende prijzen bij elkaar op.

ICT Simuleren

I-1a -

b -

c -

d -

I-2a De waarde van cel A2 ligt telkens tussen de gehele getallen 0 en 1. (Behalve als de waarde van cel A2 toevallig 0,000 000 000 0 zou zijn, dan ligt de waarde van cel A2 tussen de gehele getallen –1 en 1, maar de kans daarop is te verwaarlozen.)

b In cel B2 staat de formule =A2*2.
De waarde van cel B2 is groter dan of gelijk aan 0 en kleiner dan 2.

c In cel C2 staat de formule =GEHEEL(B2).
De waarde van cel C2 is 0 of 1.

d Het staafdiagram geeft de waarden van de cellen A2, B2 en C2 weer.

e De waarde van de cellen A2 en B2 levert telkens twee staven in het staafdiagram op. (Behalve als de waarde van cel A2 toevallig weer 0,000 000 000 0 zou zijn, maar de kans daarop is te verwaarlozen.) Of je twee staven of drie staven ziet hangt dus alleen van de waarde van cel C2 af.
Als de waarde van cel B2 gelijk is aan 0 of kleiner is dan 1, dan levert cel C2 geen staaf op en zie je twee staven. Als de waarde van cel B2 gelijk is aan 1 of kleiner is dan 2, dan levert cel C2 ook een staaf op en zie je drie staven. Beide situaties zullen even vaak voorkomen en daarom zie je in 50% van de simulaties drie staven.

I-3a De waarde van cel B2 is 0 of 1.

b -

c Na 100 keer gooien verwacht je ongeveer $100 : 2 = 50$ keer kop.

d -

I-4a -

b De kans op een gezin met bijvoorbeeld één jongen en twee meisjes is groter dan de kans op drie meisjes. Bij de eerste kans heb je als mogelijke volgordes waarin de kinderen geboren worden jmm, mjm en mmj, maar bij de tweede kans heb je alleen de volgorde mmm.
In de simulatie zal de gezinssamenstelling met één jongen en twee meisjes of met twee jongens en één meisje waarschijnlijk het vaakst voorkomen.

I-5a De formule van Tjeerd kan de waarden 0, 1, 2, 3, 4 en 5 aannemen.
De formule van Elgin kan de waarden 1, 2, 3, 4, 5 en 6 aannemen.
Tjeerd heeft dus geen gelijk en Elgin wel.

b -

c Bij twaalf worpen met een dobbelsteen verwacht je dat elk aantal ogen ongeveer $12 : 6 = 2$ keer voor zal komen. Bij 120 worpen met een dobbelsteen verwacht je dat elk aantal ogen ongeveer $120 : 6 = 20$ keer voor zal komen.

d Bij 120 worpen zal elk aantal ogen ongeveer even vaak voorkomen.
De kans dat elk aantal ogen precies even vaak voorkomt is te verwaarlozen.

I-6a Nee, want twintig leerlingen is een kleine steekproef. Het resultaat in de steekproef hoeft daarom niet helemaal met de mening van alle leerlingen overeen te stemmen.
b Rokus gaat uit van 60% tevreden leerlingen en de door hem gekozen zes van de tien cijfers komen overeen met tevreden leerlingen.
c In cel B3 moet je de formule = GEHEEL(ASELECT()*9) invullen.
d Ja, het is mogelijk dat vijftien leerlingen in een steekproef van twintig leerlingen tevreden zijn.

I-7a Tol 1 kun je met de formule = GEHEEL(ASELECT()*4) simuleren, want deze formule kan de waarden 0, 1, 2 en 3 aannemen.
b -
c Na 200 keer draaien verwacht je dat de pijl ongeveer $200 : 4 = 50$ keer 0 aanwijst.
d Je moet nu de formule = GEHEEL(ASELECT()*3) in de cellen B3 tot en met B22 invullen.
e Het draaien met tol 1 kun je bijvoorbeeld simuleren door 0 en 1 te kiezen voor blauw, 2 en 3 te kiezen voor rood, 4 en 5 te kiezen voor groen, 6 en 7 te kiezen voor oranje en de toevalsgetallen 8 of 9 niet mee te tellen.
Het draaien met tol 2 kun je bijvoorbeeld simuleren door 0, 1 en 2 te kiezen voor blauw, 3, 4 en 5 te kiezen voor rood, 6, 7 en 8 te kiezen voor groen en het toevalsgetal 9 niet mee te tellen.

ICT Kansexperimenten

I-8a Als je 100 keer met een geldstuk gooit, dan verwacht je dat ongeveer $100 : 2 = 50$ keer kop boven komt.
b -
c -
d Elie heeft gelijk, want het geldstuk heeft geen geheugen. Bij elke keer gooien is er weer 50% kans op kop en 50% kans op munt. De kans op twee keer munt en twee keer kop is dan groter dan de kans op vier keer munt.

I-9a Na vierentwintig keer draaien verwacht je dat de pijl bij tol A ongeveer $\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$ keer een 1 aanwees. Bij tol B is dat ongeveer $\frac{2}{4} \cdot 24 = 12$ keer. En bij tol C is dat ongeveer $\frac{2}{6} \cdot 24 = 8$ keer.
b -
c Tol 2 in de simulatie levert bijna altijd het vaakst een 1 op. Tol 2 zal bij tol A horen. Tol 3 in de simulatie levert bijna altijd het minst een 1 op. Tol 3 zal bij tol C horen. Tol 1 in de simulatie levert meestal een aantal keer een 1 op dat inzit tussen het aantal bij tol 2 en bij tol 3. Tol 1 zal bij tol B horen.

I-10a -
b -
c -
d -
e -
f -
g De simulatie van 2000 keer gooien komt het best overeen met de verwachting.

I-11a Nee, die kans zal veel groter zijn.
b -
c -
d -
e De kans dat je de vierde keer wel een 6 gooit blijft 1 op 6.

I-12a Je verwacht dat iedere aantal ogen ongeveer even vaak voor zal komen.
b Het staafdiagram moet uit zes staven bij 1, 2, 3, 4, 5 en 6 ogen bestaan en die staven moeten allemaal ongeveer hoog, namelijk $3000 : 6 = 500$, zijn.

I-13a Twaalf ogen kun je alleen krijgen bij 6 ogen plus 6 ogen, maar tien ogen kun je krijgen bij 4 ogen plus 6 ogen, bij 5 ogen plus 5 ogen en bij 6 ogen plus 4 ogen.
De kans op tien ogen is dus drie keer zo groot als de kans op twaalf ogen.
b De uitkomst zeven ogen heeft de grootste kans.
c Er zijn in totaal $6 \cdot 6 = 36$ mogelijkheden. Je kunt zeven ogen gooien als $1+6$, $2+5$, $3+4$, $4+3$, $5+2$ en $6+1$ en dat zijn 6 mogelijkheden.
De kans op zeven ogen is $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
d Je kunt drie ogen gooien als $1+2$ en als $2+1$ en dat zijn 2 mogelijkheden. De kans op drie ogen is $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.
De kans op zeven ogen is $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. De kans op zeven ogen is groter.
e Er zijn in totaal $6 \cdot 6 = 36$ mogelijkheden en dubbel vijf kun je alleen gooien als $5+5$, dus dat kun je op 1 manier gooien. De kans dat je dubbel vijf gooit is dus $\frac{1}{36}$.
f Je kunt dubbel gooien als $1+1$, $2+2$, $3+3$, $4+4$, $5+5$ en $6+6$ en dat zijn 6 mogelijkheden. De kans dat je dubbel gooit is dan $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

I-14a Nee, niet ieder vakje wordt even vaak bereikt.
b Ja, want die straten hebben een duidelijk hoger percentage.
c Er is een Kanskaart, een Algemene Fondskaart en een vakje dat naar de Gevangenis verwijst.
d Bij 6, 8 of 9 ogen kom je uit de Gevangenis in Utrecht en bij 1, 3 of 4 ogen kom je in Haarlem. De kans op 6, 8 of 9 ogen is veel groter dan de kans op 1, 3 of 4 ogen.

Test jezelf

T-1a Bij methode A worden alleen mensen die in Apeldoorn wonen gebeld en niemand die in een andere plaats woont.
Bij methode B kunnen alleen mensen met internet reageren.
Bij methode C kunnen mensen die naar school gaan of werken niet meedoen.
b Dat moet een methode zijn waarbij iedereen een even grote kans heeft om in de steekproef te komen en de steekproef moet groot genoeg zijn.
c

aantal ondervraagden	2000	1	56
percentage	100	0,05	2,8

Van de ondervraagden kent 2,8% het spel.
d

aantal Nederlanders	16 400 000	164 000	459 200
percentage	100	1	2,8

Ongeveer 459 200 Nederlanders kennen het spel.

T-2a De mier heeft dan in totaal vier stappen gezet.

b Nee, de mier komt dan in punt E terecht.

c Neem bijvoorbeeld een toevalsgetal van vier cijfers. Een oneven cijfer komt overeen met een stap in oostelijke richting en een even cijfer komt overeen met een stap in noordelijke richting.

d -

e In 1 van de 16 gevallen komt de mier in punt B.

f De mier komt het vaakst in punt D.

T-3a

gedeelte	$\frac{30}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{5}{30}$
percentage	100	3,333...	16,666...

Bij 30 keer draaien is het percentage dat de letter L voorkomt ongeveer 16,7%.

b

gedeelte	$\frac{300}{300}$	$\frac{1}{300}$	$\frac{54}{300}$
percentage	100	0,333...	18

Bij 300 keer draaien is het percentage dat de letter L voorkomt 18%.

gedeelte	$\frac{3000}{3000}$	$\frac{1}{3000}$	$\frac{534}{3000}$
percentage	100	0,033...	17,8

Bij 3000 keer draaien is het percentage dat de letter L voorkomt 17,8%.

c De kans op de letters S, P, L of N is telkens 1 op 6 en dat is $16\frac{2}{3}\%$.
De kans op de letter E is 2 op 6 en dat is $33\frac{1}{3}\%$.

d Bij 8000 keer draaien verwacht je dat de letter S $\frac{1}{6}\times 8000 \approx 1333$ keer gedraaid zal worden. En de letter E zal $\frac{2}{6}\times 8000 \approx 2667$ keer gedraaid worden.

T-4a De puntenaantallen 2, 3, 4, 5 en 6 zijn mogelijk.

b In totaal zijn er $3\cdot 4 = 12$ combinaties mogelijk.
Drie punten kun je op drie manieren krijgen, namelijk als $1+2$, als $1+2$ en als $2+1$.
De kans dat je drie punten krijgt is $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

c Meer dan vier punten kun je op vier manieren krijgen, namelijk als $2+3$, als $3+2$, als $3+2$ en als $3+3$.
De kans dat je meer dan vier punten krijgt is $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

d Je kunt twee punten op één manier krijgen, drie punten op drie manieren, vier punten op vier manieren, vijf punten op drie manieren en zes punten op één manier.
De grootste kans hoort bij vier punten.

e Als je het spelletje 500 keer speelt, dan verwacht je dat je $\frac{1}{12}\times 500 \approx 42$ keer twee punten krijgt.

T-5a

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	**2**	3	4	5	6	7
⚁	3	4	**5**	6	7	8
⚂	4	5	6	7	8	9
⚃	5	6	7	8	9	10
⚄	6	7	**8**	9	10	11
⚅	7	8	9	10	11	12

b Dat de som van de ogen drie is komt 2 van de 36 keer voor. De kans is dus $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.

c

gedeelte	$\frac{18}{18}$	$\frac{1}{18}$
percentage	100	5,555...

De kans is ongeveer 5,56%.

d

som van de ogen	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
kans	2,78	5,56	8,33	11,11	13,89	16,67	13,89	11,11	8,33	5,56	2,78

e Bij 1800 worpen verwacht je dat $\frac{1}{18}\cdot 1800=100$ keer de som van de ogen drie is.

f Dat de som van de ogen zeven is komt 6 van de 36 keer voor. De kans is dus $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.
Bij 1800 worpen verwacht je dat $\frac{1}{6}\cdot 1800=300$ keer de som van de ogen zeven is.

g De simulatie bij drie ogen wijkt $100-82=18$ keer af.
De simulatie bij zeven ogen wijkt $300-279=21$ keer af.

T-6 De helft van de tol is rood. Je verwacht dus $\frac{1}{2}\cdot 80=40$ keer rood. Dat blijkt iets minder, namelijk 37 keer, voor te komen. Blijft voor blauw en geel samen $80-37=43$ keer over.
Op de tol zijn de stukken blauw en geel even groot. Beide kleuren zullen naar verwachting ongeveer even vaak voorkomen.
Bij geel is te zien dat het laatste cijfer 5 is. Dat kan afkomstig zijn van 15 en van 25.
In het eerste geval staat er bij blauw $43-15=28$, in het tweede geval $43-25=18$.
De getallen 15 en 28 wijken meer van elkaar af dan de getallen 25 en 18.
Bij blauw zal het getal 18 gestaan hebben en bij geel zal het getal 25 gestaan hebben.