Hoofdstuk 9 - Rekenen met functies

Voorkennis

V-1a $6^2 - 5 \times 9 =$
$36 - 45 = -9$

b $800 : 25 + 15 \times 7 =$
$32 + 105 = 137$

c $5^3 + 5^2 + 5 =$
$125 + 25 + 5 = 155$

d $34 + 78 - -19 =$
$112 + 19 = 131$

V-2a $(8 - 3)^2 \times 4 : 10 =$
$5^2 \times 4 : 10 =$
$25 \times 4 : 10 =$
$100 : 10 = 10$

b $17 + 2^3 \times 3 + 34 =$
$17 + 8 \times 3 + 34 =$
$17 + 24 + 34 = 75$

c $12 \times (11 - 8)^2 : 3 =$
$12 \times 3^2 : 3 =$
$12 \times 9 : 3 =$
$108 : 3 = 36$

d $30 : 3 - 6 \times 3^2 =$
$30 : 3 - 6 \times 9 =$
$10 - 54 = -44$

e $8 + 2 \times (13 - 4^2)^3 =$
$8 + 2 \times (13 - 16)^3 =$
$8 + 2 \times (-3)^3 =$
$8 + 2 \times -27 =$
$8 - 54 = -46$

V-3a $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

b $\sqrt{500} = \sqrt{100 \times 5} = \sqrt{100} \times \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$

c $3\sqrt{44} = 3 \times \sqrt{4 \times 11} = 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{11} = 3 \times 2 \times \sqrt{11} = 6\sqrt{11}$

d $2\sqrt{150} = 2 \times \sqrt{25 \times 6} = 2 \times \sqrt{25} \times \sqrt{6} = 2 \times 5 \times \sqrt{6} = 10\sqrt{6}$

e $17\sqrt{8} = 17 \times \sqrt{4 \times 2} = 17 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 17 \times 2 \times \sqrt{2} = 34\sqrt{2}$

V-4a $10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

b $2\sqrt{5} - 7\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 4\sqrt{6}$

c $\left(3\sqrt{14}\right)^2 = 3\sqrt{14} \times 3\sqrt{14} = 9 \times 14 = 126$

d $5\sqrt{7} \times 2\sqrt{3} = 5 \times 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{21}$

e $3\sqrt{2} \times 7\sqrt{6} - 15\sqrt{3} = 21\sqrt{12} - 15\sqrt{3} =$
$21 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 42\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$

V-5a $6^3 \times 6^5 = 6^8$

b $2^{10} \times 2 = 2^{11}$

c $p^4 \times p^9 = p^{13}$

d $a^3 \times a^5 \times a = a^9$

e $t^2 \times t^2 \times t^2 = t^6$

V-6a Lijn l is een stijgende lijn, daar hoort een positief hellingsgetal bij.
Bij lijn l hoort dus de formule $y = 2x - 3$.
Bij lijn m hoort de formule $y = 9 - 1\frac{1}{2}x$.

b $9 - 1\frac{1}{2}x = 2x - 3$

$9 = 3\frac{1}{2}x - 3$

$12 = 3\frac{1}{2}x$

$x = 12 : 3\frac{1}{2}$ dus $x = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$

Invullen bij $y = 2x - 3$ geeft $y = 2 \times 3\frac{3}{7} - 3 = 3\frac{6}{7}$.

Het snijpunt is $(3\frac{3}{7}, 3\frac{6}{7})$.

c Het hellingsgetal is $\frac{11-8}{3-0} = \frac{3}{3} = 1$.

Het startgetal is 8, want lijn k gaat door $(0, 8)$.

De formule is $y = x + 8$.

d $2x - 3 = x + 8$

$x - 3 = 8$

$x = 11$

Invullen bij $y = x + 8$ geeft $y = 11 + 8 = 19$.

Het snijpunt is $(11, 19)$.

V-7a $18x + 6 = 11x + 20$

$7x + 6 = 20$

$7x = 14$

$x = 14 : 7$ dus $x = 2$

b $-13p + 95 = 2p - 160$

$95 = 15p - 160$

$255 = 15p$

$p = 255 : 15$ dus $p = 17$

c $8(x + 7) - 3 = 12x + 51$

$8x + 56 - 3 = 12x + 51$

$53 = 4x + 51$

$2 = 4x$

$x = 2 : 4$ dus $x = \frac{1}{2}$

d $-9a + 6(2a - 5) = 2(3a + 10) - 8a$

$-9a + 12a - 30 = 6a + 20 - 8a$

$3a - 30 = -2a + 20$

$5a - 30 = 20$

$5a = 50$

$a = 50 : 5$ dus $a = 10$

V-8a $w = -6(4t - 13) + 8$

$w = -24t + 78 + 8$

$w = -24t + 86$

b $w = 8(3t + 34) - 45$

$w = 24t + 272 - 45$

$w = 24t + 227$

c $w = 100(0{,}35t - 0{,}02) + 4{,}3$

$w = 35t - 2 + 4{,}3$

$w = 35t + 2{,}3$

d $w = 3\sqrt{(t-4)} + 5$

V-9a Lijn l is een stijgende lijn, daar hoort een positief hellingsgetal bij.
Bij lijn l hoort de formule $y = 2\frac{1}{2}x - 12$.

b $3x + 4(2\frac{1}{2}x - 12) = 4$
$3x + 10x - 48 = 4$
$13x - 48 = 4$
$13x = 52$
$x = 52 : 13$ dus $x = 4$

c $x = 4$ invullen bij $y = 2\frac{1}{2}x - 12$ geeft $y = 10 - 12$ dus $y = -2$.
Het snijpunt is $(4, -2)$.

9-1 Evenwijdige en samenvallende lijnen

1a Het hellingsgetal is –3.

b Ga vanuit een punt op de grafiek één hokje naar rechts en kijk hoeveel hokjes je naar beneden moet om weer op de grafiek te komen. Dat aantal is het hellingsgetal.

c Vanuit $(3, 0)$ op de lijn ga je naar $(5, 3)$ op de lijn.
Het hellingsgetal is $\frac{3-0}{5-3} = 1\frac{1}{2}$.

d Vul $x = 3$ en $y = 0$ in bij de formule $y = 1\frac{1}{2}x + b$. Dat geeft $0 = 1\frac{1}{2} \times 3 + b$ dus $0 = 4\frac{1}{2} + b$ ofwel $b = -4\frac{1}{2}$.
Een formule van lijn k is $y = 1\frac{1}{2}x - 4\frac{1}{2}$.

e Het hellingsgetal van lijn m is ook –3.
Vul $x = 2$ en $y = 9$ in bij de formule $y = -3x + b$. Dat geeft $9 = -3 \times 2 + b$ dus
$9 = -6 + b$ ofwel $b = 15$.
Een formule voor lijn m is $y = -3x + 15$.

f Het hellingsgetal van lijn n is $\frac{5-0}{2--3} = \frac{5}{5} = 1$.
$x = -3$ en $y = 0$ invullen bij $y = x + b$ geeft $0 = -3 + b$ dus $b = 3$.
Een formule voor lijn n is $y = x + 3$.
l en n snijden:
$8 - 3x = x + 3$
$8 = 4x + 3$
$5 = 4x$
$x = 5 : 4$ dus $x = 1\frac{1}{4}$
Invullen bij $y = x - 3$ geeft $y = 1\frac{1}{4} - 3 = -1\frac{3}{4}$.
Het snijpunt is $(1\frac{1}{4}, -1\frac{3}{4})$.

2a richtingscoëfficiënt $= \frac{30-8}{14-3} = \frac{22}{11} = 2$
$x = 3$ en $y = 8$ invullen bij $y = 2x + b$ geeft $8 = 2 \times 3 + b$
$8 = 6 + b$ dus $b = 2$
Een vergelijking van de lijn is $y = 2x + 2$.

b richtingscoëfficiënt $= \frac{14-9}{6--4} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
$x = -4$ en $y = 9$ invullen bij $y = \frac{1}{2}x + b$ geeft $9 = \frac{1}{2} \times -4 + b$
$9 = -2 + b$ dus $b = 11$
Een vergelijking van de lijn is $y = \frac{1}{2}x + 11$.

c richtingscoëfficiënt $= \dfrac{-10 - -7}{4-3} = \dfrac{-3}{1} = -3$

$x = 3$ en $y = -7$ invullen bij $y = -3x + b$ geeft $-7 = -3 \times 3 + b$
$-7 = -9 + b$ dus $b = 2$
Een vergelijking van de lijn is $y = -3x + 2$.

d richtingscoëfficiënt $= \dfrac{0-10}{-6-0} = \dfrac{-10}{-6} = 1\tfrac{2}{3}$

Het startgetal is 10, want de grafiek snijdt de y-as in (0, 10).
Een vergelijking van de lijn is $y = 1\tfrac{2}{3}x + 10$.

3a Lijn k gaat onder andere door het punt (2, 0).
Vul $x = 2$ en $y = 0$ in bij $3x - 2y = 6$. Dat geeft $3 \times 2 - 2 \times 0 = 6$. Dat klopt, dus de vergelijking $3x - 2y = 6$ hoort bij lijn k.

b $3x - 2y = 6$
$-2y = -3x + 6$ (van beide kanten $3x$ afgetrokken)
$y = 1\tfrac{1}{2}x - 3$ (beide kanten gedeeld door -2)

c $x - 2y = -12$
$-2y = -x - 12$
$y = \tfrac{1}{2}x + 6$

d De richtingscoëfficiënt is $\tfrac{1}{2}$.

e $1\tfrac{1}{2}x - 3 = \tfrac{1}{2}x + 6$
$x - 3 = 6$
$x = 9$
Invullen bij $y = \tfrac{1}{2}x + 6$ geeft $y = \tfrac{1}{2} \times 9 + 6 = 10\tfrac{1}{2}$.
Het snijpunt is $(9,\ 10\tfrac{1}{2})$.

4a Van de lijn q kun je de richtingscoëfficiënt -4 uit de vergelijking aflezen.

b $5x + 2(-4x - 3) = 3$ geeft $5x - 8x - 6 = 3$
$-3x = 9$
$x = 9 : -3$ dus $x = -3$
Invullen bij $y = -4x - 3$ geeft $y = -4 \times -3 - 3$ dus $y = 9$.
Het snijpunt is $(-3, 9)$.

c Van beide lijnen is de richtingscoëfficiënt -4. Omdat het startgetal wel verschillend is, lopen de lijnen evenwijdig en hebben dus geen snijpunt.

d Voor elke waarde van x geldt $0 \times x = 0$.

e $(1, -1)$:
$5 \times 1 + 2 \times -1 = 5 - 2 = 3$ klopt
$y = -2\tfrac{1}{2} \times 1 + 1\tfrac{1}{2} = -2\tfrac{1}{2} + 1\tfrac{1}{2} = -1$ klopt

$(-1, 4)$:
$5 \times -1 + 2 \times 4 = -5 + 8 = 3$ klopt
$y = -2\tfrac{1}{2} \times -1 + 1\tfrac{1}{2} = 2\tfrac{1}{2} + 1\tfrac{1}{2} = 4$ klopt

$(3, -6)$:
$5 \times 3 + 2 \times -6 = 15 - 12 = 3$ klopt
$y = -2\tfrac{1}{2} \times 3 + 1\tfrac{1}{2} = -7\tfrac{1}{2} + 1\tfrac{1}{2} = -6$ klopt

$(0,\ 1\tfrac{1}{2})$:
$5 \times 0 + 2 \times 1\tfrac{1}{2} = 0 + 3 = 3$ klopt
$y = -2\tfrac{1}{2} \times 0 + 1\tfrac{1}{2} = 0 + 1\tfrac{1}{2} = 1\tfrac{1}{2}$ klopt

f De lijnen p en s vallen samen.

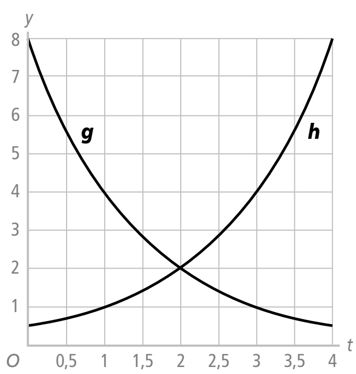
5 l en m:
De lijnen l en m hebben verschillende richtingscoëfficiënten dus snijden ze elkaar.
l en n:
$2x - (2x + 8) = -3$
$2x - 2x - 8 = -3$
$0x = 5$ heeft geen oplossingen.
De lijnen l en n zijn evenwijdig.
l en k:
$6x + 3(2x + 8) = 4$
$6x + 6x + 24 = 4$
$12x = -20$ geeft $x = -\frac{20}{12} = -\frac{5}{3}$
De lijnen l en k snijden elkaar.
m en n:
$2x - (-2x + 1\frac{1}{3}) = -3$
$2x + 2x - 1\frac{1}{3} = -3$
$4x = -1\frac{2}{3}$ geeft $x = -\frac{5}{12}$
De lijnen m en n snijden elkaar.
m en k:
$6x + 3(-2x + 1\frac{1}{3}) = 4$
$6x - 6x + 4 = 4$
$0x = 0$
Er zijn oneindig veel oplossingen.
De lijnen m en k vallen samen.
n en k:
n: $-y = -2x - 3$ ofwel $y = 2x + 3$
$6x + 3(2x + 3) = 4$
$6x + 6x + 9 = 4$
$12x = -5$ geeft $x = -\frac{5}{12}$
De lijnen n en k snijden elkaar.

6 Noem de twee getallen a en b. Dan moet gelden:
$4a - 2b = 7$ en $2a + 3 = b$
Dus $4a - 2(2a + 3) = 7$
$4a - 4a - 6 = 7$
$0a = 13$
Deze vergelijking heeft geen oplossingen, dus het raadsel is niet oplosbaar.

9-2 Rekenen met exponenten

7a

t	0	1	2	3	4
h	0,5	1	2	4	8



b

t	0	1	2	3	4
g	8	4	2	1	0,5

Zie de grafiek bij opdracht a.

c De grafiek van functie g is dalend.
In het functievoorschrift is de groeifactor kleiner dan 1.

8a De groeifactor per uur is 300 : 150 = 2.
b De groeifactor per twee uur is 600 : 150 = 4.
c De groeifactor per vier uur is 2400 : 150 = 16.
d Toen waren er 150 : 2 = 75 bacteriën.

9a De groeifactor per jaar is 3.
b De groeifactor per 2 jaar is $3^2 = 9$.
De groeifactor per 4 jaar is $3^4 = 81$.
De groeifactor per 6 jaar is $3^6 = 729$.
c Als je de groeifactoren per 2 jaar en 4 jaar met elkaar vermenigvuldigt, krijg je de groeifactor per 6 jaar.

10a Bewering A is juist. Bij vermenigvuldigen van machten met gelijke grondtallen moet je de exponenten optellen. De overige beweringen zijn onjuist.
b A $2^5 \cdot 2^6 = 2^{11}$ C $5^a \cdot 5^3 = 5^{a+3}$
B $3^7 \cdot 3^8 = 3^{15}$ D $5^a \cdot 5^b = 5^{a+b}$

11a De groeifactor per week is $2^7 = 128$.
b Eerste manier: de groeifactor per 4 weken is $128^4 = 268\,435\,456$
Tweede manier: 4 weken is gelijk aan 28 dagen, dus
de groeifactor per 4 weken is $2^{28} = 268\,435\,456$
c Volgens manier 1 is de groeifactor per 4 weken $(2^7)^4$.
Volgens manier 2 is de groeifactor per 4 weken 2^{28}.
Dus is $(2^7)^4 = 2^{28}$.

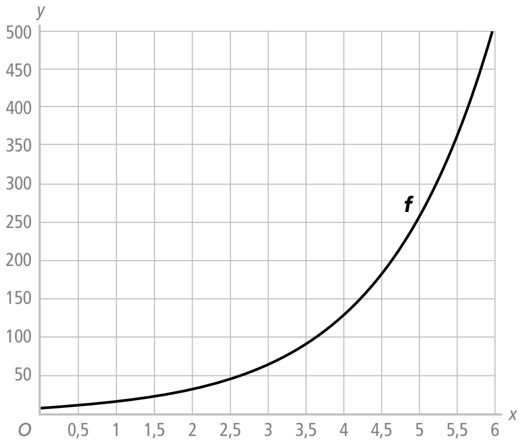
12a $\left(2^7\right)^3 = 2^7 \cdot 2^7 \cdot 2^7 = 2^{3\times 7} = 2^{21}$
$\left(1,5^4\right)^2 = 1,5^4 \cdot 1,5^4 = 1,5^{2\times 4} = 1,5^8$
b A $\left(4^2\right)^3 = 4^6$ C $\left(2^{10}\right)^2 = 2^{20}$
B $\left(8^3\right)^6 = 8^{18}$ D $\left(10^3\right)^4 = 10^{12}$

13a $4^2 \cdot \left(4^3\right)^5 = 4^2 \cdot 4^{15} = 4^{17}$
b $3^2 \cdot 3 \cdot \left(3^3\right)^3 = 3^2 \cdot 3^1 \cdot 3^9 = 3^{12}$
c $\left(7^2\right)^3 \cdot 7 = 7^6 \cdot 7^1 = 7^7$

14a $b = 5^a \cdot \left(5^a\right)^3 \cdot 5^{4a}$ wordt $b = 5^a \cdot 5^{3a} \cdot 5^{4a}$ ofwel $b = 5^{8a}$
b $y = 4^x \cdot 4^2 \cdot \left(4^3\right)^x$ wordt $y = 4^x \cdot 4^2 \cdot 4^{3x}$ ofwel $y = 4^{4x+2}$
c $k = b^2 \cdot b^3 \cdot \left(b^2\right)^5$ wordt $k = b^2 \cdot b^3 \cdot b^{10}$ ofwel $k = b^{15}$

15a

x	0	1	2	3	4	5	6
y	8	16	32	64	128	256	512



b

x	0	1	2	3	4	5	6
y	8	16	32	64	128	256	512

De tabellen van f en g zijn gelijk.

c Dat volgt uit de rekenregel $g^a \cdot g^b = g^{a+b}$

d Ja, want $2^x \cdot 2^3 = 8 \cdot 2^x$

16a

x	0	1	2	3	4	5	6
$k(x)$	1	9	81	729	6561	59 049	531 441
$m(x)$	1	9	81	729	6561	59 049	531 441

De functies k en m zijn gelijk.

b Dat volgt uit de rekenregel $\left(g^a\right)^b = g^{a \cdot b}$, immers $9^x = \left(3^2\right)^x = 3^{2x}$.

c $f(x)$ kun je schrijven als $f(x) = 3^1 \cdot 3^x$ dus $f(x) = 3 \cdot 3^x$
$g(x)$ kun je schrijven als $g(x) = \left(4^2\right)^x$ dus $g(x) = 16^x$
$l(x)$ kun je schrijven als $l(x) = 2^5 \cdot 2^{3x}$ dus $l(x) = 32 \cdot \left(2^3\right)^x$ ofwel $l(x) = 32 \cdot 8^x$
De functies f en h zijn gelijk, de functies g en m zijn gelijk en de functies k en l zijn gelijk.

9-3 Rekenen met machten

17a $h(3) = 0{,}4 \times 3^5 = 97{,}2$
De raket is na drie seconden 97,2 meter hoog.

b $h(10) = 0{,}4 \times 10^5 = 40\,000$
Na tien seconden is de raket 40 000 meter hoog.

c $h(7) = 6722{,}8$
$h(8) = 13\,107{,}2$
$h(7{,}5) = 9492{,}19$
$h(7{,}6) = 10\,142{,}10$
Na 7,6 seconden is de raket ongeveer 10 km hoog.

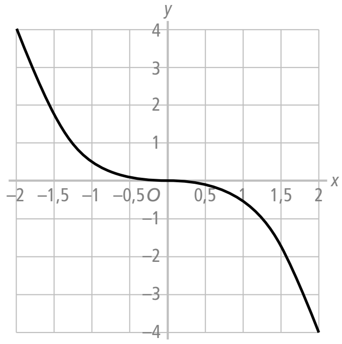
18a

x	–2	–1	0	1	2
$p(x)$	4	1	0	1	4
$q(x)$	–8	–1	0	1	8
$r(x)$	16	1	0	1	16
$s(x)$	–32	–1	0	1	32

b Grafiek 1 hoort bij functie q.
Grafiek 2 hoort bij functie p.
Grafiek 3 hoort bij functie r.
Grafiek 4 hoort bij functie s.

c

x	–2	–1	0	1	2
y	4	0,5	0	–0,5	–4



De grafiek van t loopt minder steil en is gespiegeld in de x-as en daardoor dalend in plaats van stijgend.

19a $k(x) = 4^3 \cdot x^3$

$k(x) = 64 \cdot x^3$

b $f(x) = (6x)^4$

$f(x) = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$

$f(x) = 6^4 \cdot x^4$

$f(x) = 1296 \cdot x^4$

$m(x) = (-3x)^2$

$m(x) = -3 \cdot -3 \cdot x \cdot x$

$m(x) = (-3)^2 \cdot x^2$

$m(x) = 9 \cdot x^2$

20a $(7p)^2 = 7^2 \cdot p^2 = 49p^2$

b $(4x)^3 = 4^3 \cdot x^3 = 64x^3$

c $(-2b)^4 = (-2)^4 \cdot b^4 = 16b^4$

d $(2ab)^5 = 2^5 \cdot a^5 \cdot b^5 = 32a^5b^5$

e $\left(a^2b\right)^3 = \left(a^2\right)^3 \cdot b^3 = a^6b^3$

f $\left(3p^2q^3\right)^4 = 3^4 \cdot \left(p^2\right)^4 \cdot \left(q^3\right)^4 = 81p^8q^{12}$

g $\left(-9xy^4\right)^2 = (-9)^2 \cdot x^2 \cdot \left(y^4\right)^2 = 81x^2y^8$

h $\left(-10p^{12}q^3\right)^5 = (-10)^5 \cdot \left(p^{12}\right)^5 \cdot \left(q^3\right)^5 = -100\,000p^{60}q^{15}$

i $\left(x^2y^3z^4\right)^2 = \left(x^2\right)^2 \cdot \left(y^3\right)^2 \cdot \left(z^4\right)^2 = x^4y^6z^8$

21a $f(3) = 3^4 = 81$
$f(6) = 6^4 = 1296$

b Je moet met de factor $1296 : 81 = 16$ vermenigvuldigen.

c $f(5) = 5^4 = 625$
$f(10) = 10^4 = 10\,000$
Je moet met de factor $10\,000 : 625 = 16$ vermenigvuldigen.

d $f(2a) = 16 \times f(a)$

e $f(3a) = (3a)^4 = 3^4 \times a^4 = 81 \times a^4$
dus $f(3a) = 81 \times f(a)$.

22a Kim denkt dat de rekenregel $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ook voor optellen geldt.
b De antwoorden van Youri zijn juist.
c A $y = (-3x)^2$ geeft $y = (-3)^2 \cdot x^2$ dus $y = 9x^2$

B $y = (x + 6)^2$ geeft $y = (x + 6)(x + 6)$ dus $y= x^2 + 12x + 36$

C $y = (2x + 8)^2$ geeft $y = (2x + 8)(2x + 8)$ dus $y = 4x^2 + 32x + 64$

D $y = (8 - 3x)^2$ geeft $y = (8 - 3x)(8 - 3x)$ dus $y = 9x^2 - 48x + 64$

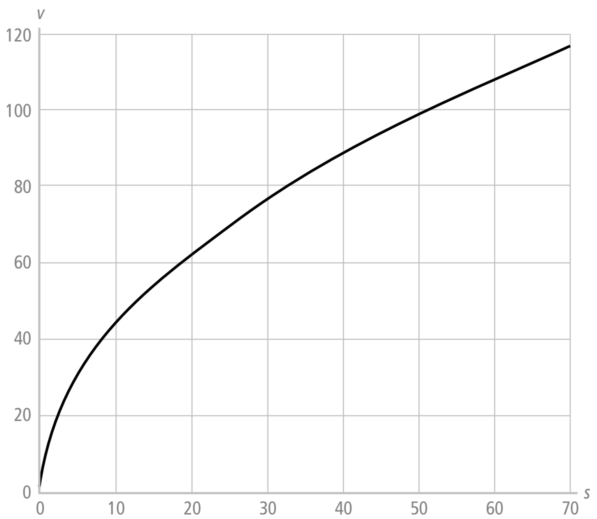
E $y = (8x)^2$ geeft $y = 8^2 \cdot x^2$ dus $y = 64x^2$

F $y = (-5 + 4x)^2$ geeft $y = (-5 + 4x)(-5 + 4x)$ dus $y = 16x^2 - 40x + 25$

9-4 Rekenen met wortels

23a $v = 14\sqrt{62} \approx 110{,}2$
De auto had een snelheid van ongeveer 110 km per uur.
b

s	0	10	20	30	40	50	60	70
v	0	44,3	62,6	76,7	88,5	99,0	108,4	117,1



c Bij $v = 50$ lees je af: $s \approx 13$.
De lengte van het remspoor is ongeveer 13 meter.
d Bij $s = 10$ is $v \approx 44$.
Bij $s = 20$ is $v \approx 63$.
De snelheid verdubbelt niet als de lengte van het remspoor verdubbelt.

24a De grafiek heeft een randpunt voor $x + 1 = 0$, dus voor $x = -1$.
$f(-1) = 2$ dus het randpunt is $(-1, 2)$.
b Als je $x = -3$ invult, moet je de wortel uit een negatief getal nemen en dat kan niet.
c De lijn $y = 6$ heeft één snijpunt met de grafiek h, dus de vergelijking $f(x) = 6$ heeft één oplossing.
De $y = 0$ snijdt de grafiek niet, dus de vergelijking $f(x) = 0$ heeft geen oplossingen.
d Het randpunt ligt op de lijn $y = 2$.
De vergelijking $f(x) = p$ heeft oplossingen voor $p \geq 2$.

25a Domein: $x-1\geq 0$ dus $x\geq 1$ of $[1,\rightarrow\rangle$

Bereik: $\sqrt{x-1}\geq 0$ dus $y\geq 4$ of $[4,\rightarrow\rangle$

b Domein: $2x-17\geq 0$ dus $x\geq 8\frac{1}{2}$ of $[8\frac{1}{2},\rightarrow\rangle$

Bereik: $\sqrt{2x-17}\geq 0$ dus $y\geq -7$ of $[-7,\rightarrow\rangle$

c Domein: $x\geq 0$ of $[0,\rightarrow\rangle$

Bereik: $\sqrt{x}\geq 0$ dus $y\leq 4$ of $\langle\leftarrow,4]$

d Domein: $8-3x\geq 0$ dus $x\leq\frac{8}{3}$ of $\langle\leftarrow,2\frac{2}{3}]$

Bereik: $\sqrt{8-3x}\geq 0$ dus $y\geq -2$ of $[-2,\rightarrow\rangle$

26a $\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{15}$

b $\sqrt{13}\cdot\sqrt{a}=\sqrt{13a}$

c $5\sqrt{2}\cdot 9\sqrt{8}=45\sqrt{16}=45\cdot 4=180$

d $2\sqrt{3x}\cdot 3\sqrt{11y}=6\sqrt{33xy}$

27a $\sqrt{600}=\sqrt{100\cdot 6}=\sqrt{100}\cdot\sqrt{6}=10\sqrt{6}$

b $\sqrt{45}=\sqrt{9\cdot 5}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

c $\sqrt{25x}=\sqrt{25\cdot x}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{x}=5\sqrt{x}$

d $3\sqrt{49p}=3\cdot\sqrt{49\cdot p}=3\cdot\sqrt{49}\cdot\sqrt{p}=3\cdot 7\cdot\sqrt{p}=21\sqrt{p}$

28a $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}=\sqrt{3}$

b $\dfrac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}=\sqrt{4}=2$

c $\dfrac{\sqrt{35}}{\sqrt{7}}=\sqrt{5}$

d $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{9}=3$

e $\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{6}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

f $\dfrac{\sqrt{96}}{\sqrt{4}}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

29a $\sqrt{5a}\cdot\sqrt{6b}=\sqrt{30ab}$

b $\sqrt{7x}\cdot\sqrt{2y}=\sqrt{14xy}$

c $\dfrac{\sqrt{25pq}}{\sqrt{5p}}=\sqrt{\dfrac{25pq}{5p}}=\sqrt{5q}$

d $2\sqrt{5}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{20}$

e $7\sqrt{3}=\sqrt{49}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{147}$

f $\dfrac{10\sqrt{3p}}{5\sqrt{p}}=\dfrac{10}{5}\cdot\sqrt{\dfrac{3p}{p}}=2\sqrt{3}$

g $\sqrt{3a^2b}\cdot\sqrt{2ab^3}=\sqrt{6a^3b^4}$

h $\sqrt{3p^5}\cdot\sqrt{5p^3}=\sqrt{15p^8}$

i $\dfrac{\sqrt{65a^4b^2}}{\sqrt{13a^3b}}=\sqrt{\dfrac{65a^4b^2}{13a^3b}}=\sqrt{5ab}$

30a

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	1	1,41	1,73	2	2,24	2,45	2,65	2,83	3	3,16

b Bijvoorbeeld $f(2)\approx 1{,}41$ en $f(4)=2$ en 2 is niet het dubbele van 1,41.

c Vul voor $x=a$ in en ook $x=2a$.
$f(a)=\sqrt{a}$ en $f(2a)=\sqrt{2a}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{a}$
dus $f(2a)=\sqrt{2}\cdot f(a)$

31a functie *f*:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	3	4,24	5,20	6	6,71	7,35

b functie *g*:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	3	4,24	5,20	6	6,71	7,35

De tabellen van *f* en *g* zijn gelijk.

c $3\sqrt{x} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{9x}$

32a Ze telt ongelijksoortige wortels bij elkaar op en dat kan niet.
b De antwoorden 2 en 4 zijn goed.

9-5 Gemengde opdrachten

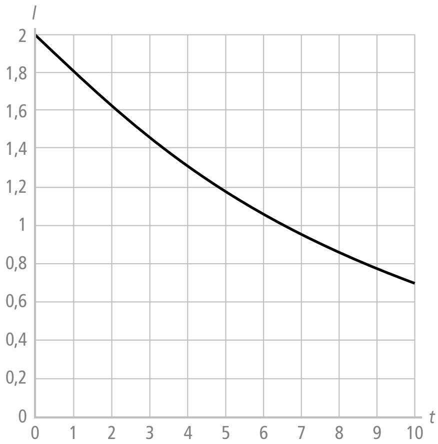
33a $t = \frac{1}{100} \cdot 4^6 = 40{,}96$
Het duurt 40,96 seconden om een codewoord van vier letters te kraken.
b $t = \frac{1}{100} \cdot 15^6 = 113906{,}25$
Het duurt 113 906,25 seconden om een codewoord van 15 letters te kraken.
Dat is 113 906,25 : 3600 ≈ 31,6 uur.
c Vul $n = a$ en $n = 3a$ in.
$n = a$ geeft $t = \frac{1}{100} \cdot a^6$
$n = 3a$ geeft $t = \frac{1}{100} \cdot (3a)^6 = \frac{1}{100} \cdot 3^6 \cdot a^6 = 3^6 \cdot \frac{1}{100} \cdot a^6$
De computer doet er $3^6 = 729$ keer zo lang over.

34a Substitueer $y = \frac{1}{2}x - 5$ in de vergelijking $x - 2y = 8$.
$x - 2(\frac{1}{2}x - 5) = 8$
$x - x + 10 = 8$
$0x = -2$ heeft geen oplossingen
De twee lijnen zijn evenwijdig.
b $x - 2(\frac{1}{2}x - 5) = b$
$x - x + 10 = b$
$0x = b - 10$
Als de lijnen samenvallen moet deze vergelijking oneindig veel oplossingen hebben.
Dat is het geval als $b - 10 = 0$ dus als $b = 10$.

35a Elke dag neemt de hoeveelheid lucht in de band met 10% af. Je kunt dus telkens met 0,9 vermenigvuldigen. Dus is er sprake van exponentiële groei (afname).
b De groeifactor per dag is 0,9.
De groeifactor per week is $0{,}9^7 \approx 0{,}48$.
De afname is $(1 - 0{,}48) \times 100\% = 52\%$.
c Na vijf dagen zit er nog $2 \times 0{,}9^5 \approx 1{,}18$ gram lucht in de band.
d Een formule is $L = 2 \cdot 0{,}9^t$ met L de hoeveelheid lucht in grammen en t de tijd in dagen.

e

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L	2	1,8	1,62	1,46	1,31	1,18	1,06	0,96	0,86	0,77	0,70



f Lees af bij $L = 1$. Na ongeveer 6,5 dagen zit er nog 1 gram lucht in de band.

g Omdat er per verstreken dag nog 90% van de aanwezige hoeveelheid lucht in de band achter blijft, is de band nooit helemaal leeg.

36a Grafiek 1 hoort bij functie g.
Grafiek 2 hoort bij functie f.
Grafiek 3 hoort bij functie k.
Grafiek 4 hoort bij functie h.

b De grafiek van f snijdt de lijn $y = 1$ twee keer, dus de vergelijking heeft 2 oplossingen.

c $x^6 = 1$ heeft 2 oplossingen (de grafiek van g snijdt de lijn $y = 1$ twee keer).
$-2x^3 = 1$ heeft 1 oplossing.
$0{,}1x^5 = 1$ heeft 1 oplossing.

37a $2 \times 10^3 \times 3 \times 10^5 = 6 \times 10^8$

b $4 \times 10^6 \times 5 \times 10^{12} = 20 \times 10^{18} = 2 \times 10^{19}$

c $7 \times 10^7 + 2 \times 10^7 = 9 \times 10^7$

d $5 \times 10^{13} + 9 \times 10^{13} = 14 \times 10^{13} = 1{,}4 \times 10^{14}$

38a

x	0	1	2	3	4	5
$k(x)$	3	27	243	2187	19 683	177 147

b

x	0	1	2	3	4	5
$m(x)$	3	27	243	2187	19 683	177 147

De twee tabellen zijn gelijk, dus de functies k en m zijn hetzelfde.

c $k(x) = 3^1 \cdot 3^{2x}$
$k(x) = 3^{1+2x}$

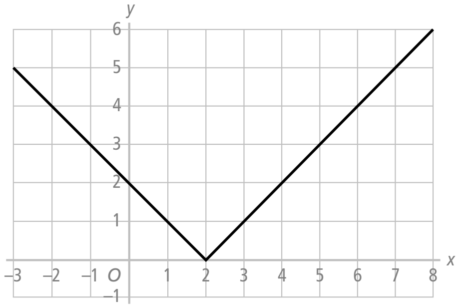
d $f(x) = 4 \cdot 8^x$ is gelijk aan $f(x) = 2^2 \cdot \left(2^3\right)^x$
$f(x) = 2^2 \cdot 2^{3x}$ geeft $f(x) = 2^{2+3x}$ dus f en g zijn hetzelfde.

e $h(x) = 32 \cdot 16^x$ is gelijk aan $h(x) = 2^5 \cdot \left(2^4\right)^x$
$h(x) = 2^5 \cdot 2^{4x}$ geeft $h(x) = 2^{5+4x}$
Dus $a = 4$ en $b = 5$.

39a

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6

b



c De grafiek bestaat uit twee halve lijnen.

d Voor $x \geq 2$ heeft Janneke gelijk. Voor $x \leq 2$ heeft Janneke geen gelijk, want voor die waarden van x is de grafiek dalend.

e De grafiek heeft richtingscoëfficiënt –1 en startgetal 2, dus een functievoorschrift voor de grafiek voor $x \leq 2$ is $h(x) = -x + 2$.

Test jezelf

T-1a richtingscoëfficiënt $= \dfrac{1 - -2}{12 - 8} = \dfrac{3}{4}$

Vul $x = 8$ en $y = -2$ in bij $y = \frac{3}{4}x + b$

$-2 = \frac{3}{4} \cdot 8 + b$ geeft $-2 = 6 + b$ dus $b = -8$

Een vergelijking van lijn l is $y = \frac{3}{4}x - 8$.

b richtingscoëfficiënt $= \dfrac{4 - 10}{-6 - 2} = \dfrac{-6}{-8} = \dfrac{3}{4}$

Vul $x = 2$ en $y = 10$ in bij $y = \frac{3}{4}x + b$

$10 = \frac{3}{4} \cdot 2 + b$ geeft $10 = 1\frac{1}{2} + b$ dus $b = 8\frac{1}{2}$

Een vergelijking van lijn k is $y = \frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$.

c De lijnen hebben dezelfde richtingscoëfficiënt en verschillende startgetallen, dus zijn het evenwijdige lijnen.

d De vergelijking $3x - 4y = 32$ kun je herleiden tot $-4y = -3x + 32$, dus tot $y = \frac{3}{4}x - 8$. De lijnen l en m vallen samen.

e $x + 4(\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}) = -6$ geeft $x + 3x + 34 = -6$

$4x = -40$ dus $x = -40 : 4 = -10$
$-10 + 4y = -6$ geeft $4y = 4$ dus $y = 1$
Het snijpunt is $(-10, 1)$.

T-2a A $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6 = 6^6$

B $3^5 \cdot \left(3^2\right)^3 = 3^5 \cdot 3^6 = 3^{11}$

C $a^5 \cdot a \cdot \left(a^3\right)^6 = a^5 \cdot a^1 \cdot a^{18} = a^{24}$

D $\left(3^x\right)^2 \cdot 3^{5x} \cdot 3^7 = 3^{2x} \cdot 3^{5x} \cdot 3^7 = 3^{7x+7}$

b $f(x) = 16 \cdot 2^x$ is gelijk aan $f(x) = 2^4 \cdot 2^x$ en dus $f(x) = 2^{4+x}$
De functies f en g zijn hetzelfde.

c E $k(x) = 3^{x+4}$ is gelijk aan $k(x) = 3^x \cdot 3^4$ en dus $k(x) = 81 \cdot 3^x$

F $k(x) = 7 \cdot 5^{2x}$ is gelijk aan $k(x) = 7 \cdot \left(5^2\right)^x$ en dus $k(x) = 7 \cdot 25^x$

T-3a $\left(8x\right)^2 = 8^2 \cdot x^2 = 64x^2$

b $\left(-2p\right)^3 = (-2)^3 \cdot p^3 = -8p^3$

c $\left(-5q\right)^4 = (-5)^4 \cdot q^4 = 625q^4$

d $\left(4ab\right)^3 = 4^3 \cdot a^3 \cdot b^3 = 64a^3b^3$

e $\left(-3p^2q^3\right)^4 = (-3)^4 \cdot \left(p^2\right)^4 \cdot \left(q^3\right)^4 = 81p^8q^{12}$

f $\left(pq^2r^5\right)^4 = p^4 \cdot \left(q^2\right)^4 \cdot \left(r^5\right)^4 = p^4q^8r^{20}$

g $(p-8)^2 = (p-8)(p-8) = p^2 - 16p + 64$

h $(-3 - 7x)^2 = (-3 - 7x)(-3 - 7x) = 49x^2 + 42x + 9$

T-4a $2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{120}$

b $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3x} \cdot \sqrt{5y} = \sqrt{30xy}$

c $7\sqrt{3p} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{3p} = \sqrt{147p}$

d $\dfrac{\sqrt{12ab}}{\sqrt{6b}} = \sqrt{\dfrac{12ab}{6b}} = \sqrt{2a}$

e $\sqrt{5p^2q} \cdot \sqrt{3pq^2} = \sqrt{15p^3q^3}$

f $3\sqrt{2ab} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2ab} = \sqrt{18ab}$

g $3\sqrt{7w} \cdot \sqrt{z} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{7w} \cdot \sqrt{z} = \sqrt{63wz}$

h $\dfrac{8\sqrt{pqr}}{4\sqrt{pr}} = \dfrac{8}{4} \cdot \sqrt{\dfrac{pqr}{pr}} = 2\sqrt{q} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{q} = \sqrt{4q}$

T-5a $y = \frac{1}{2}(3x-1)+2$ geeft $y = 1\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 2$ en dus $y = 1\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$
Voor $p = 1\frac{1}{2}$ vallen de lijnen samen.

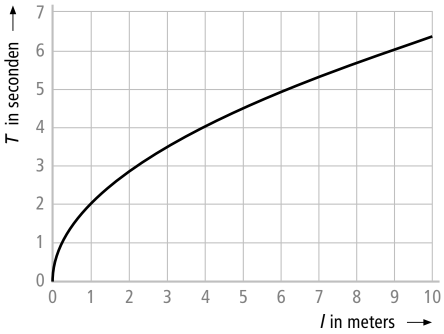
b Voor elke waarde van $p \neq 1\frac{1}{2}$ zijn de lijnen evenwijdig.

T-6a 85 cm geeft $l = 0{,}85$ m

$2{,}01 \cdot \sqrt{0{,}85} \approx 1{,}85$, dus de slingertijd is ongeveer 1,85 seconden.

b

l	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T	0	2,01	2,84	3,48	4,02	4,49	4,92	5,32	5,69



c Bij ongeveer 6,2 meter is de slingertijd 5 seconden.
Controle: $2{,}01 \cdot \sqrt{6{,}2} = 5{,}00$, klopt

d Vul $l = a$ en $l = 2a$ in.
$l = a$ geeft $T = 2{,}01\sqrt{a}$
$l = 2a$ geeft $T = 2{,}01\sqrt{2a} = 2{,}01 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{2} \cdot 2{,}01\sqrt{a}$
Je moet de slingertijd met $\sqrt{2}$ vermenigvuldigen.

e $2{,}01\sqrt{l} = \sqrt{2{,}01^2} \cdot \sqrt{l} \approx \sqrt{4{,}04} \cdot \sqrt{l} = \sqrt{4{,}04l}$

dus $p \approx 4{,}04$

T-7

$f(x) = 2^{3x+1}$ $\quad g(x) = (4x)^2 + 2$ $\quad k(x) = 2^{4x+4}$

$f(x) = 2^{3x} \cdot 2^1$ $\quad g(x) = 4^2 \cdot x^2 + 2$ $\quad k(x) = 2^{4x} \cdot 2^4$

$f(x) = 2 \cdot \left(2^3\right)^x$ $\quad g(x) = 16x^2 + 2$ $\quad k(x) = 16 \cdot \left(2^4\right)^x$

$f(x) = 2 \cdot 8^x$ $\quad k(x) = 16 \cdot 16^x$

$j(x) = \left(4^x\right)^2$ $\quad h(x) = 16x^2$ $\quad p(x) = 16 \cdot 16^x$

$j(x) = 4^{2x}$

$j(x) = \left(4^2\right)^x$ $\quad m(x) = 2 \cdot 8^x$ $\quad l(x) = 2 \cdot 16^x$

$j(x) = 16^x$

De functies f en m zijn gelijk en de functies k en p zijn gelijk.