

Hoofdstuk 6 - Procentuele groei

Voorkennis

V-1a Een lengte van 1 meter 50 is een lengte van 150 cm.

hoogte in cm	60	1	150
lengte schaduw in cm	90	1,5	225

De schaduw van Henk als hij rechtop staat is 225 cm oftewel 2,25 meter lang.

b Een schaduw van 18 meter is een schaduw van 1800 cm.

hoogte in cm	60	0,666...	1200
lengte schaduw in cm	90	1	1800

De school is 1200 cm oftewel 12 meter hoog.

V-2a Op de stippeltjes komt het getal 225 te staan.

b Een hoogte van 22 meter is een hoogte van 2200 cm.

hoogte in cm	60	1	2200
lengte schaduw in cm	90	1,5	3300

De schaduw is dan 3300 cm oftewel 33 meter lang.

c Een schaduw van 7,35 meter is een schaduw van 735 cm.

hoogte in cm	60	0,666...	490
lengte schaduw in cm	90	1	735

De hoogte is 490 cm oftewel 4,90 meter.

V-3a De broek kostte eerst € 80,- en dat is 100%.

bedrag in euro's	80	1	15
percentage	100	1,25	18,75

De € 15,- is 18,75% korting.

V-4a Boven de 100% moet het totaal aantal leerlingen van de klas komen te staan.

aantal leerlingen	18	0,3	30
percentage	60	1	100

De klas telt in totaal 30 leerlingen.

V-5a Jack vindt € 237,60, want 20% van 198 is 39,6 en $198 + 39,6 = 237,6$. Dat is fout want hij gaat er van uit dat de € 198,- overeenkomt met 100%, maar dat komt overeen met 80%.

prijs in euro's	198	2,475	247,5
percentage	80	1	100

Voordat de korting eraf ging kostte de stoel € 247,50.

V-6a Er komt nog ongeveer $\frac{1}{5}$ deel (= 20%) van € 400,- bij en dat is € 80,-.
Meneer Hiemstra moet iets minder dan € 480,- betalen (precies € 476,-).

b	<i>prijs in euro's</i>	400	4	76
	<i>percentage</i>	100	1	19

Meneer Hiemstra betaalt € 76,- voor de BTW.

V-7a	<i>prijs in euro's</i>	399	3,99	75,81
	<i>percentage</i>	100	1	19

Voor dit hifi-deck moet € 75,81 BTW betaald worden.

b De prijs inclusief BTW wordt € 399,- + € 75,81 = € 474,81.

Of:

	<i>prijs in euro's</i>	399	3,99	474,81
	<i>percentage</i>	100	1	119

De prijs inclusief BTW wordt € 474,81.

V-8	<i>bedrag in euro's</i>	105	3	405
	<i>percentage</i>	35	1	135

De premie die ze jaarlijks betalen is € 405,-.

- V-9a** Het grondtal is 6, de exponent is 2 en $6^2 = 6 \times 6 = 36$.
- b** Het grondtal is 3, de exponent is 4 en $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$.
- c** Het grondtal is 0,1, de exponent is 3 en $0,1^3 = 0,1 \times 0,1 \times 0,1 = 0,001$.
- d** Het grondtal is 5, de exponent is 3 en $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.
- e** Het grondtal is 1, de exponent is 7 en $1^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$.
- f** Het grondtal is $\frac{1}{2}$, de exponent is 3 en $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.
- g** Het grondtal is 0,9, de exponent is 2 en $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$.
- h** Het grondtal is 0,2, de exponent is 3 en $0,2^3 = 0,2 \times 0,2 \times 0,2 = 0,008$.

- V-10a** $5 \times 2^4 = 5 \times 16 = 80$
- b** $10 \times 3^3 = 10 \times 27 = 270$
- c** $5^2 + 2^4 \times 2 = 25 + 16 \times 2 = 25 + 32 = 57$
- d** $7 \times (4^2 - 6) = 7 \times (16 - 6) = 7 \times 10 = 70$
- e** $2 \times (2 + 1)^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$
- f** $6 \times 10^4 - 10^4 = 6 \times 10000 - 10000 = 60000 - 10000 = 50000$
- g** $4 \times 5 + 6 = 20 + 6 = 26$
- h** $6 \times 1^{16} + 0,1^3 \times 20 = 6 \times 1 + 0,001 \times 20 = 6 + 0,02 = 6,02$

6-1 Van procent naar factor

1a Rens moet bij de pijlen : 100 en $\times 80$ zetten.

b aantal leerlingen	570	5,7	456
percentage	100	1	80

Rens zal 456 leerlingen vinden.

Blache zal $0,80 \times 570 = 456$ leerlingen vinden.

c Dat zijn $0,30 \times 570 = 171$ leerlingen.

2a 70% van 80 is $\frac{70}{100} \times 80 = 0,70 \times 80 = 56$

b 80% van 130 is $\frac{80}{100} \times 130 = 0,80 \times 130 = 104$

c 64% van 88 is $\frac{64}{100} \times 88 = 0,64 \times 88 = 56,32$

d 24% van 430 is $\frac{24}{100} \times 430 = 0,24 \times 430 = 103,2$

3a Bij de pijl komt op de puntjes het getal 1,19 te staan.

b Het bedrag inclusief BTW is $1,19 \times \text{€ } 700,- = \text{€ } 833,-$.

c De prijs inclusief BTW is $1,19 \times \text{€ } 175,- = \text{€ } 208,25$.

4a Bij een toename van 12% moet je met 1,12 vermenigvuldigen.

b Bij een toename van 3% moet je met 1,03 vermenigvuldigen.

5a Je moet de oude prijs met de factor 1,08 vermenigvuldigen.

b De nieuwe prijs van het overhemd wordt $1,08 \times \text{€ } 49,- = \text{€ } 52,92$.

c De nieuwe prijs wordt $1,05 \times \text{€ } 25,- = \text{€ } 26,25$.

6a Een korting van 15% betekent een verandering van 100% naar $100\% - 15\% = 85\%$.

Je moet de oude prijs met de factor 0,85 vermenigvuldigen.

b De nieuwe prijs van de broek wordt $0,85 \times \text{€ } 60,- = \text{€ } 51,-$.

c De trui wordt $0,78 \times \text{€ } 45,- = \text{€ } 35,10$.

7a Het aantal leden is met een factor $80 : 125 = 0,64$ afgenomen.

b Het aantal leden neemt nu met de factor $112 : 80 = 1,4$ toe.

8a De helft van de helft is $0,5 \times 0,5 = 0,25$ oftewel 25% van de oorspronkelijke prijs.

b Voor een computerspel moet je $0,25 \times \text{€ } 68,- = \text{€ } 17,-$ betalen.

c Een legpuzzel kost $0,25 \times \text{€ } 45,- = \text{€ } 11,25$ in de uitverkoop.

9a $0,60 \times 0,45 \times \text{€ } 457,- = \text{€ } 123,39$

b $0,80 \times 0,90 \times 600 = 432$

c $0,90 \times 0,80 \times 600 = 432$

d Je moet de prijzen in totaal met $0,90 \times 1,14 = 1,026$ vermenigvuldigen.

De prijzen stijgen uiteindelijk met 2,6%.

e Bij eerst 15% stijgen en daarna 20% stijgen moet je met $1,15 \times 1,20 = 1,38$ vermenigvuldigen en er komt dan 38% bij.

Bij eerst 15% dalen en daarna 20% dalen moet je met $0,85 \times 0,80 = 0,68$ vermenigvuldigen en er gaat dan 32% van af.

Het eerste geval levert een grotere verandering in procenten op.

- 10a** Friesland heeft $0,04 \times 16\,400\,000 = 656\,000$ inwoners.
 Van die inwoners van Friesland spreken er $0,65 \times 656\,000 = 426\,400$ Fries.
- b** Dat is $0,04 \times 0,65 \times 100\% = 2,6\%$ van de inwoners van Nederland.
- c** Nee, dat is niet bekend, want ook buiten Friesland wonen mensen die Fries spreken.

6-2 Exponentiële groei

- 11a** Na één week is $5 \times 2 = 10 \text{ m}^2$ bedekt met deze waterplanten.
- b** En na twee weken is $5 \times 2 \times 2 = 20 \text{ m}^2$ bedekt.
- c**
- | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|----|----|----|----|-----|-----|
| tijd in weken | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| bedekte oppervlakte in m^2 | 5 | 10 | 20 | 40 | 80 | 160 | 320 |
- d** Elke oppervlakte krijg je door de vorige oppervlakte met 2 te vermenigvuldigen.
- e** Na twaalf weken is $5 \times 2^{12} = 20\,480 \text{ m}^2$ bedekt.
- f** Het meer is na ongeveer 21 weken helemaal bedekt, want na 20 weken is pas $5 \times 2^{20} = 5\,242\,880 \text{ m}^2 \approx 5 \text{ km}^2$ bedekt en na 21 weken zou $5 \times 2^{21} = 10\,485\,760 \text{ m}^2 \approx 10 \text{ km}^2$ bedekt zijn.
- g** Eén week eerder, dus na ongeveer 20 weken, is het meer voor de helft bedekt.
- h** Bij verviervoudigen is het meer inderdaad twee keer zo snel helemaal bedekt, want in dat geval is na 10 weken $5 \times 4^{10} = 5\,242\,880 \text{ m}^2 \approx 5 \text{ km}^2$ bedekt en bij verdubbelen duurt dat 20 weken.

- 12a** De groeifactor is 0,5.

t	0	1	2	3	4	5
h	80	40	20	10	5	2,5

- b** De groeifactor is 20.

t	0	1	2	3	4	5
h	0,07	1,4	28	560	112 00	224 000

- c** De groeifactor is 1,5.

t	0	1	2	3	4	5
h	24	36	54	81	121,5	182,25

- d** De groeifactor is 3.

t	0	1	2	3	4	5
h	2	6	18	54	162	486

- 13a** Na 1 jaar is $100\% - 8\% = 92\%$ van de vogels over.

- b** De groeifactor is 0,92.

- c** Na 2 jaar zijn er $25\,000 \times 0,92^2 = 21\,160$ vogels en na 3 jaar zijn er $25\,000 \times 0,92^3 \approx 19\,467$ vogels. In het jaar 2009 zijn er voor het eerst minder dan 20 000 vogels.

- 14a** Bij $t = 0$ hoort bij beide grafieken $h = 10$.

- b** Bij $t = 1$ hoort $h = 10 \times 1,2 = 12$ en bij $t = 2$ hoort $h = 10 \times 1,2^2 = 14,4$.

- c** Bij deze groeifactor hoort grafiek 2.

- d** Bij $t = 1$ hoort bij de andere grafiek $h = 5$.

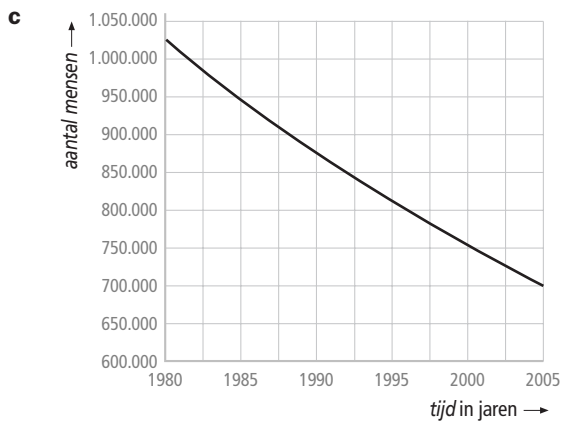
- e** Bij grafiek 2 hoort de groeifactor $5 : 10 = 0,5$.

- f** Als de grafiek die bij de groei hoort stijgend is, dan is de groeifactor groter dan 1.

- 15a** De groeifactor per jaar is 1,04.
- b** Het kapitaal in 2005 en het kapitaal in 2004 is afgerond op hele euro's.
- c** $1257 : 1209 \approx 1,0397$
 $1308 : 1257 \approx 1,0406$
 $1360 : 1308 \approx 1,0398$
 $1414 : 1360 \approx 1,0397$
 $1471 : 1414 \approx 1,0403$
 De groeifactor is telkens vrijwel hetzelfde.
- d** Het bedrag van 2000 euro wordt niet gehaald, want $1209 \times 1,04^{12} \approx 1935,65$.

- 16a** De factor tussen 0 en 1 dagen is $54 : 50 = 1,08$.
- b** Nee, want de factor tussen 1 en 2 dagen is $58 : 54 \approx 1,074$.
- c** De factor tussen 2 en 3 dagen is $63 : 58 \approx 1,086$.
 De factor tussen 3 en 4 dagen is $68 : 63 \approx 1,079$.
- d** De groeifactoren zijn ongeveer even groot, namelijk ongeveer 1,08.

- 17a** $949\ 000 : 1\ 026\ 000 \approx 0,92495$
 $878\ 000 : 949\ 000 \approx 0,92518$
 $812\ 000 : 878\ 000 \approx 0,92483$
 De groeifactor per vijf jaar is op drie decimalen afgerond telkens ongeveer 0,925.
- b** $812\ 000 \times 0,925^2 = 694\ 767,5$, dus in 2005 woonden er ongeveer 695 000 mensen.

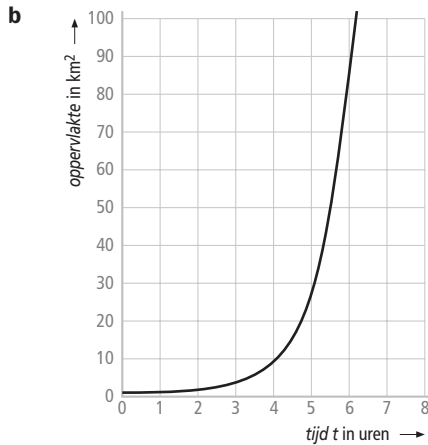


- d** $1.026\ 000 : 0,925 \approx 1\ 109\ 189$, dus in 1975 woonden er ongeveer 1 109 000 mensen.
- e** Je kunt dat aantal mensen in de grafiek in beeld brengen door links van de verticale as te tekenen.

6-3 Exponentiële formules

18a

tijd t in uren	0	1	2	3	4	5	6
oppervlakte in km^2	0,12	0,36	1,08	3,24	9,72	29,16	87,48



- c** Na ongeveer $5\frac{1}{4}$ uur, dus ongeveer om 15.15 uur had de olievlek een oppervlakte van 40 km^2 .
d Om 9 uur 's ochtends was de grootte van de olievlek $0,12 : 3 = 0,04 \text{ km}^2$.

- 19a** Na 3 uur geldt $A = 0,12 \times 3 \times 3 \times 3$ oftewel $A = 0,12 \times 3^3$ en de oppervlakte van de olievlek is dan $3,24 \text{ km}^2$.
b Na 8 uur geldt $A = 0,12 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ oftewel $A = 0,12 \times 3^8$ en de oppervlakte van de olievlek is dan $787,32 \text{ km}^2$.
c Na 1 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^1 \text{ km}^2$, na 2 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^2 \text{ km}^2$, na 3 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^3 \text{ km}^2$, dus na t uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^t \text{ km}^2$.

- 20a** De factor in de formule is 1,8.
b $s = 20 \times 1,8^3 = 116,64$
c Voor $t = 7$ is $s = 20 \times 1,8^7 \approx 1224,44$ en voor $t = 11$ is $s = 20 \times 1,8^{11} \approx 12853,68$.
d Voor $t = 0$ is $s = 20 \times 1,8^0 = 20$.

21a/b

macht	3^0	3^1	3^2	3^3	3^4
uitkomst	1	3	9	27	81

c

macht	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4
uitkomst	1	2	4	8	16

d

macht	5^0	5^1	5^2	5^3	5^4
uitkomst	1	5	25	125	625

- e** Als de exponent gelijk is aan 0, dan is de uitkomst van een macht 1.

22a De groeifactor bij tabel 1 is $600 : 400 = 900 : 600 = 1,5$.

t	0	1	2	3	4	5
h	400	600	900	1350	2025	3037,5

De formule bij tabel 1 is $h = 400 \times 1,5^t$.

b De groeifactor bij tabel 2 is $7,5 : 37,5 = 1,5 : 7,5 = 0,2$.

t	0	1	2	3	4	5
h	937,5	187,5	37,5	7,5	1,5	0,3

De formule bij tabel 2 is $h = 937,5 \times 0,2^t$.

23a Bij $w = 15 \cdot 0,9^t$ is de beginhoeveelheid 15, is de groeifactor 0,9, de uitkomst bij $t = 1$ is $w = 15 \cdot 0,9 = 13,5$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $w = 15 \cdot 0,9^3 = 10,935$.

Bij $m = 15 \cdot 1,3^t$ is de beginhoeveelheid 15, is de groeifactor 1,3, de uitkomst bij $t = 1$ is $m = 15 \cdot 1,3 = 19,5$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $m = 15 \cdot 1,3^3 = 32,955$.

Bij $p = 70 \cdot 0,5^t$ is de beginhoeveelheid 70, is de groeifactor 0,5, de uitkomst bij $t = 1$ is $p = 70 \cdot 0,5 = 35$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $p = 70 \cdot 0,5^3 = 8,75$.

Bij $k = 1,6^t$ is de beginhoeveelheid 1, is de groeifactor 1,6, de uitkomst bij $t = 1$ is $k = 1,6$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $k = 1,6^3 = 4,096$.

b Bij de formule $w = 15 \cdot 0,9^t$ is de grafiek dalend, bij de formule $m = 15 \cdot 1,3^t$ is de grafiek stijgend, bij de formule $p = 70 \cdot 0,5^t$ is de grafiek dalend en bij de formule $k = 1,6^t$ is de grafiek dalend.

Als de groeifactor groter dan 1 is, dan is de grafiek stijgend en als de groeifactor kleiner dan 1 is, dan is de grafiek dalend.

c Als van een exponentieel verband $g > 1$, dan is de grafiek stijgend. Dat klopt met opdracht b.

24a De grafieken bij de formules $h = \frac{1}{4} \cdot 4^t$ en $h = 4 \cdot 2^t$ zijn stijgend.

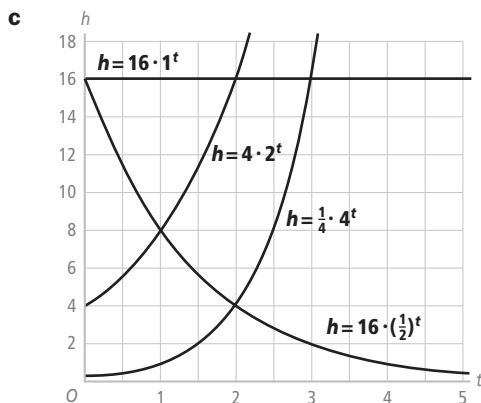
De formule $h = \frac{1}{4} \cdot 4^t$ hoort bij de snelst stijgende grafiek.

b Bij de formule $h = \frac{1}{4} \cdot 4^t$ is de beginhoeveelheid $\frac{1}{4}$ en is de groeifactor 4.

Bij de formule $h = 16 \cdot (\frac{1}{2})^t$ is de beginhoeveelheid 16 en is de groeifactor $\frac{1}{2}$.

Bij de formule $h = 16 \cdot 1^t$ is de beginhoeveelheid 16 en is de groeifactor 1.

Bij de formule $h = 4 \cdot 2^t$ is de beginhoeveelheid 4 en is de groeifactor 2.



- 25a** Bij grafiek 1 hoort $a = 5$ en $b = \frac{1}{2}$ en de formule is $y = 5 \cdot (\frac{1}{2})^t$.
 Bij grafiek 2 hoort $a = \frac{1}{5}$ en $b = 2$ en de formule is $y = \frac{1}{5} \cdot 2^t$.
- b** Voor een nieuwe grafiek die nog steiler is dan grafiek 2 moet je $b = 5$ kiezen.
- c** Voor een andere grafiek die sterker daalt dan grafiek 1 moet je $b = \frac{1}{5}$ kiezen.
- 26a** Meteen na het tappen is de schuimkraag 3 cm hoog.
- b** De schuimkraag neemt met $100\% - 78\% = 22\%$ per minuut af.
- c** Voor $t = 0$ is $h = 3 \times 0,78^0 = 3$ cm en voor $t = 5$ is $h = 3 \times 0,78^5 \approx 0,87$ cm.
- d** Na 2 minuten is $h = 3 \times 0,78^2 \approx 1,83$ cm en na 3 minuten is $h = 3 \times 0,78^3 \approx 1,42$ cm, dus na bijna 3 minuten is de helft van de schuimkraag over.

6-4 Groefactor en tijd

- 27a** Er zijn 12 uur later $1500 \times 2 = 3000$ fruitvliegjes.
 Een dag heeft 24 uur en er zijn een dag later $1500 \times 2^2 = 6000$ fruitvliegjes.
- b**
- | | | | |
|----------------------|------|------|------|
| tijd per 12 uur | 0 | 1 | 2 |
| aantal fruitvliegjes | 1500 | 3000 | 6000 |
- c** De groefactor per 12 uur is 2.
- d** De groefactor per dag is $2^2 = 4$.
- e** Na 4 dagen zijn er $1500 \times 4^4 = 384\,000$ fruitvliegjes.
- 28a** De groefactor tussen $t = 0$ en $t = 2$ is $1,5^2 = 2,25$.
- b** De groefactor tussen $t = 1$ en $t = 3$ is $1,5^2 = 2,25$.
- c** De groefactor per half uur is telkens 2,25.
- d** De groefactor per heel uur is $1,5^4 = 5,0625$.
- 29a** De groefactor g per twintig minuten is 1,06.
- b** $1,06^3 \approx 1,19$
- c** In een uur zit drie keer twintig minuten en de groefactor per uur is 1,06.
- d** Een formule is $A = 500 \times 1,19^t$ met A het aantal algen en t de tijd in uren.
- 30a** De groefactor per vijf jaar is $0,98^5 \approx 0,90$, de groefactor per tien jaar is $0,98^{10} \approx 0,82$ en de groefactor per 25 jaar is $0,98^{25} \approx 0,60$.
- b** Een formule is $A = 15000 \times 0,90^t$ met A het aantal inwoners en t de tijd per vijf jaar.
 Een formule is $A = 15000 \times 0,82^t$ met A het aantal inwoners en t de tijd per tien jaar.
 Een formule is $A = 15000 \times 0,60^t$ met A het aantal inwoners en t de tijd per 25 jaar.
- c** Na 50 jaar krijg je met de formule per vijf jaar $A = 15000 \times 0,90^{10} \approx 5230$ inwoners, met de formule per tien jaar $A = 15000 \times 0,82^5 \approx 5561$ inwoners en met de formule per 25 jaar $A = 15000 \times 0,60^2 \approx 5400$ inwoners.
- d** Het verschil bij de antwoorden van opdracht c komt omdat de groefactoren op twee decimalen zijn afgerond.

31a De groeifactor per uur is 5.

b In een uur zitten twee halve uren. Als de groeifactor per half uur g is, dan is de groeifactor per uur g^2 . De groeifactor per uur is 5, dus moet gelden $g^2 = 5$. De oplossing daarvan is $g = \sqrt{5}$.

c

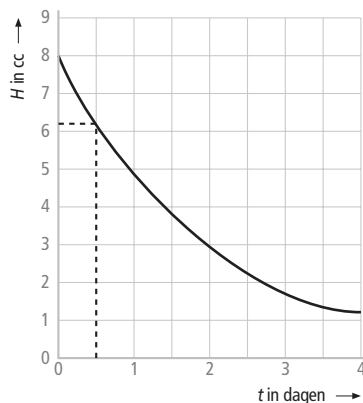
tijd per uur	0	$\frac{1}{2}$	1
aantal fruitvliegjes	1600	3578	8000

32a De groeifactor per 12 uur is $\sqrt{9} = 3$.

b De groeifactor per kwartier is $\sqrt{1,44} = 1,2$.

c De groeifactor per half jaar is $\sqrt{0,75} \approx 0,87$.

33a



b Invullen van $t = 7$ geeft $H = 8 \cdot 0,6^7 \approx 0,224$.

Na een week is nog ongeveer 0,224 cc over.

c Zie de tekening hierboven. Na twaalf uur is nog ongeveer 6,2 cc medicijn over.

d In een dag zitten twee periodes van twaalf uur.

De groeifactor per dag is 0,6, dus de groeifactor per twaalf uur is $\sqrt{0,6} \approx 0,77$.

Na twaalf uur is dan ongeveer $8 \times 0,77 = 6,2$ cc medicijn over.

Dat klopt met het antwoord van opdracht c.

34 Bij soort A is de groeifactor per half uur $515 : 75 \approx 6,9$ en bij soort B is de groeifactor per half uur $255 : 58 \approx 4,4$ of $1126 : 255 \approx 4,4$. Soort A groeit het hardst.

6-5 Standaardvorm

35a Op $t = 0$ zijn er $400 \times 3^0 = 400$ sprinkhanen.

Op $t = 10$ zijn er $400 \times 3^{10} = 23\,619\,600$ sprinkhanen.

b Op $t = 15$ zijn er $400 \times 3^{15} = 5\,739\,562\,800$ sprinkhanen.

Vermenigvuldigen met drie geeft inderdaad een antwoord zoals eraan staat.

c Op één decimaal is het 1,7.

d $S = 400 \times 3^{16} \approx 1,7 \times 10^{10}$

e Na 25 weken zijn er $400 \times 3^{25} \approx 3,4 \times 10^{14}$ sprinkhanen.

- 36a** $6,7 \times 10^6 = 6\,700\,000$ $9,009 \times 10^9 = 9\,009\,000\,000$
 $1,8 \times 10^4 = 18\,000$ $-100,07 \times 10^5 = -10\,007\,000$
 $-7,2 \times 10^8 = -720\,000\,000$ $12,00006 \times 10^3 = 12\,000,06$
- b** $54\,678 = 5,4678 \times 10^4$ $3967,5 = 3,9675 \times 10^3$
 $6\,765\,000\,000 = 6,765 \times 10^9$ $-8905,4 = -8,9054 \times 10^3$
- 37a** $45^{10} = 3,4 \times 10^{16}$ **e** $10 \times 8^{10} = 1,1 \times 10^{10}$
b $5000 \times 2^{115} = 2,1 \times 10^{38}$ **f** $11 \times 12^9 = 5,7 \times 10^{10}$
c $35 \times 3,8^{25} = 1,1 \times 10^{16}$ **g** $0,67 \times 10^{13} = 6,7 \times 10^{12}$
d $3 \times 214^6 = 2,9 \times 10^{14}$ **h** $5 \times 1012^5 = 5,3 \times 10^{15}$
- 38a** Eén jaar is $365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31\,536\,000 = 3,1536 \times 10^7$ seconden. Vermenigvuldig dit met je leeftijd, denk daarbij aan het aantal jaren plus dagen, en rond verstandig af.
- b** Tel tien jaar bij je leeftijd op en vermenigvuldig dit met $3,1536 \times 10^7$ seconden.
 Of:
 Tel $10 \times 3,1536 \times 10^7 = 3,1536 \times 10^8$ seconden bij het antwoord van opdracht a op.
- 39a** Op $t = 0$ zijn er $20\,000 \times 0,25^0 = 20\,000$ bacteriën.
- b** Op $t = 22$ zijn er $20\,000 \times 0,25^{22} = 0,000\,000\,001$ bacteriën.
 Vermenigvuldigen met 0,25 geeft inderdaad een antwoord zoals eraan staat.
 Overigens is dit een theoretisch verhaal, want minder dan 1 bacterie kan eigenlijk niet.
- c** Op één decimaal is het 2,8.
- d** $B = 20\,000 \times 0,25^{13} \approx 2,8 \times 10^{-10}$
- e** Na 30 uren zijn er $20\,000 \times 0,25^{30} \approx 1,7 \times 10^{-14}$ bacteriën.
- 40a** $7 \times 10^{-5} = 0,000\,07$ $5,09 \times 10^{-6} = 0,000\,005\,09$
 $8 \times 10^{-8} = 0,000\,000\,08$ $8,123 \times 10^{-4} = 0,000\,812\,3$
- b** $5684,143 = 5,684143 \times 10^3$ $0,020\,54 = 2,054 \times 10^{-2}$
 $0,000\,014\,785 = 1,4785 \times 10^{-5}$ $0,000\,000\,003\,45 = 3,45 \times 10^{-9}$
- 41a** $0,89^{40} = 0,094\,536 \dots \approx 9,5 \times 10^{-3}$ **f** $0,01 \times 0,8^{10} = 0,001\,073 \dots \approx 1,1 \times 10^{-3}$
b $5 \times 0,2^9 = 0,000\,002\,56 \approx 2,6 \times 10^{-6}$ **g** $11 \times 0,1^9 = 0,000\,000\,011 = 1,1 \times 10^{-8}$
c $6500 \times 0,1^8 = 0,000\,065 = 6,5 \times 10^{-5}$ **h** $5 \times 0,15^5 = 0,000\,379 \dots \approx 3,8 \times 10^{-4}$
d $0,45^{10} = 0,000\,340 \dots \approx 3,4 \times 10^{-4}$ **i** $16,5 \text{ miljard} = 16,5 \times 10^9 \approx 1,7 \times 10^{10}$
e $\frac{21}{1\,000\,000} = 0,000\,021 = 2,1 \times 10^{-5}$ **j** $\frac{51}{100\,000} = 0,000\,51 = 5,1 \times 10^{-4}$
- 42a** $H = 700 \cdot 0,15^{20} \approx 2,33 \times 10^{-14}$ **d** $H = 2500 \cdot 0,89^{20} \approx 2,43 \times 10^2$
b $H = 9 \cdot 5^{20} \approx 8,58 \times 10^{14}$ **e** $H = 1990 \cdot 0,5^{20} \approx 1,90 \times 10^{-3}$
c $H = 5000 \cdot 0,01^{20} = 5,00 \times 10^{-37}$ **f** $H = 0,9 \cdot 10^{20} = 9,00 \times 10^{19}$

6-6 Gemengde opdrachten

43a De aanbieding is onduidelijk. Als er 10% van € 79,95 extra korting gegeven wordt, dan wordt $0,10 \times € 79,95 = € 7,995$ extra korting gegeven. In dat geval komt de prijs uit op $€ 39,95 - € 7,995 = € 31,955$ en moet aan de kassa € 31,95 of € 31,96 betaald worden. Maar als er 10% van € 39,95 extra korting gegeven wordt, dan komt de prijs die aan de kassa betaald moet worden uit op $0,90 \times € 39,95 = € 35,955$ of € 35,95 of € 35,96.

b

prijs in euro's	79,95	1	31,955
percentage	100	1,2507...	39,9687...

In het eerste geval is het ongeveer 40% van de originele prijs.

prijs in euro's	79,95	1	35,955
percentage	100	1,2507...	44,9718...

In het tweede geval is het ongeveer 45% van de originele prijs.

c Ook hier is de aanbieding onduidelijk. Als de 10% en de 20% over het originele bedrag gegeven worden, dan is de korting $10\% + 20\% = 30\%$ en heeft Olaf gelijk.

Maar als over het afgeprijsde bedrag eerst 10% korting gegeven wordt en daarna over het resterende bedrag nog eens 20% korting, dan wordt het afgeprijsde bedrag met $0,90 \times 0,80 = 0,72$ vermenigvuldigd en is de korting 28% en heeft Olaf geen gelijk.

d Nee, dat maakt niet uit. In het eerste geval is $10\% + 20\% = 20\% + 10\% = 30\%$ en in het tweede geval is $0,90 \times 0,80 = 0,80 \times 0,90 = 0,72$.

44a Tineke verdient eind januari $1,10 \times 1,10 \times € 38,- = € 45,98$.

b Ze heeft nu bij elkaar 21% loonsverhoging gekregen, want $1,10 \times 1,10 = 1,21$.

45a De groeifactor bij een toename van 4% is 1,04.

b $V = 1004 \times 1,04^t$

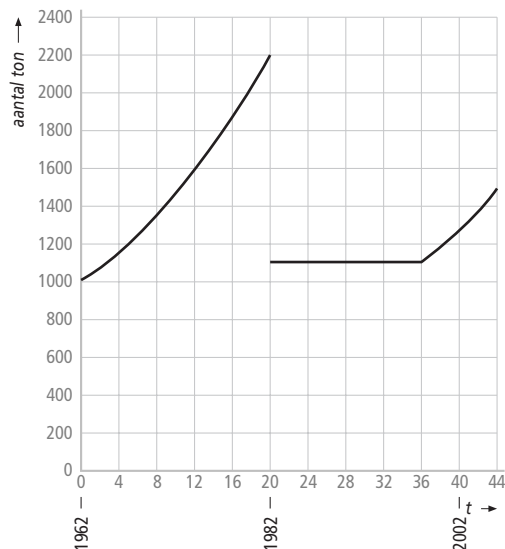
c Bij 1982 hoort $t = 20$. Invullen in de formule geeft $1004 \times 1,04^{20} \approx 2200$ ton schelvis.

d Bij 2005 hoort $t = 43$. Invullen in de formule geeft $1004 \times 1,04^{43} \approx 5422$ ton schelvis.

e In 1999 zou de vangst dan $1100 \times 1,04 = 1144$ ton schelvis zijn.

En in 2000 zou de vangst dan $1100 \times 1,04^2 \approx 1190$ ton schelvis zijn.

f



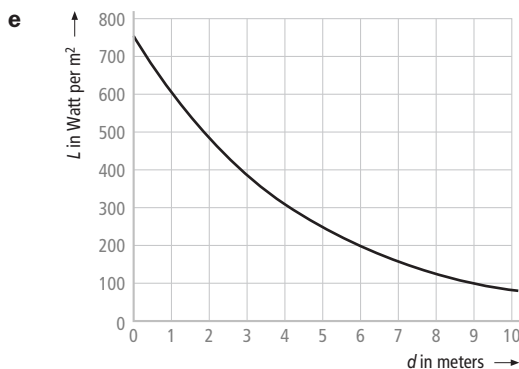
- g** In 2016 zal de vangst ongeveer even groot zijn als in 1982, want in 2015 zal de vangst $1100 \times 1,04^{17} \approx 2143$ ton schelvis zijn en in 2016 zal de vangst $1100 \times 1,04^{18} \approx 2228$ ton schelvis zijn.

46a

veld	1	2	3	4	5	6	7	8
aantal graankorrels	1	2	4	8	16	32	64	128

- b** Bij de tabel hoort een exponentieel verband omdat in de onderste rij van de tabel telkens met 2 vermenigvuldigd wordt.
- c** Op het negende veld komen $128 \times 2 = 256 = 2^8$ graankorrels te liggen.
- d** Een schaakbord heeft 64 velden.
Op het laatste veld komen $2^{63} \approx 9,22 \times 10^{18}$ graankorrels.
- e** Nee, één zak graan was veel te weinig.
- 47a** $K = 847 \times \left(\frac{1}{2}\right)^t$
- b** De groefactor per dag is $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.
- c** Na negen tijdseenheden is de hoeveelheid Kalium₄₂ ongeveer $847 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 \approx 1,65$ gram.
Na tien tijdseenheden is de hoeveelheid Kalium₄₂ ongeveer $847 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \approx 0,83$ gram.
Tien tijdseenheden komt overeen met vijf dagen.
Na vijf dagen is de hoeveelheid Kalium₄₂ minder dan één gram geworden.

- 48a** Aan de oppervlakte is $d = 0$. De lichtsterkte aan de oppervlakte is 750 Watt per m².
- b** De groefactor per meter is 0,8.
- c** De uitkomst bij $d = 8$ is $L = 750 \cdot 0,8^8 \approx 126$. Dit betekent dat op een diepte van 8 meter de lichtsterkte ongeveer 126 Watt per m² is.
- d** Bij deze formule hoort een dalende grafiek omdat de groefactor kleiner dan 1 is.



- f** Op een diepte van ongeveer 5,4 meter is de lichtsterkte nog 225 Watt per m².
- g** Invullen van $d = 75$ geeft $L = 750 \cdot 0,8^{75} \approx 0,00004$. Dat is minder dan 0,0001 Watt per m², dus de lichtsterkte is niet overal voldoende voor plantaardig leven.

ICT Exponentiële formules

I-1a

tijd t in uren	0	1	2	3	4	5	6
oppervlakte in km^2	0,12	0,36	1,08	3,24	9,72	29,16	87,48

b -

c Na ongeveer $5\frac{1}{6}$ uur, dus ongeveer om 15.10 uur had de olievlek een oppervlakte van 40 km^2 .

d Tussen $t = 5$ en $t = 6$ is de grafiek als een rechte lijn getekend, maar de grafiek zal een vloeiende kromme zijn die onder die rechte lijn ligt. Na ongeveer $5\frac{1}{4}$ uur, dus ongeveer om 15.15 uur had de olievlek een oppervlakte van 40 km^2 .

I-2a Na 3 uur geldt $A = 0,12 \times 3 \times 3 \times 3$ oftewel $A = 0,12 \times 3^3$ en de oppervlakte van de olievlek is dan $3,24 \text{ km}^2$.

b Na 8 uur geldt $A = 0,12 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ oftewel $A = 0,12 \times 3^8$ en de oppervlakte van de olievlek is dan $787,32 \text{ km}^2$.

c Na 1 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^1 \text{ km}^2$, na 2 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^2 \text{ km}^2$, na 3 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^3 \text{ km}^2$, dus na t uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^t \text{ km}^2$.

d De grafiek bij de formule is een vloeiende kromme en de grafiek bij de tabel bestaat uit rechte lijnen.

e Om 9 uur 's ochtends was de grootte van de olievlek $0,12 : 3 = 0,04 \text{ km}^2$.

I-3a De factor in de formule is 1,8.

b $s = 20 \times 1,8^3 = 116,64$

c Voor $t = 7$ is $s = 20 \times 1,8^7 \approx 1224,44$ en voor $t = 11$ is $s = 20 \times 1,8^{11} \approx 12853,68$.

d Voor $t = 0$ is $s = 20 \times 1,8^0 = 20$.

I-4a/b

macht	3^0	3^1	3^2	3^3	3^4
uitkomst	1	3	9	27	81

c

macht	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4
uitkomst	1	2	4	8	16

macht	5^0	5^1	5^2	5^3	5^4
uitkomst	1	5	25	125	625

d Als de exponent gelijk is aan 0, dan is de uitkomst van een macht 1.

I-5a De groeifactor bij tabel 1 is $600 : 400 = 900 : 600 = 1,5$.

t	0	1	2	3	4	5
h	400	600	900	1350	2025	3037,5

De formule bij tabel 1 is $h = 400 \times 1,5^t$.

b -

c De groeifactor bij tabel 2 is $7,5 : 37,5 = 1,5 : 7,5 = 0,2$.

t	0	1	2	3	4	5
h	937,5	187,5	37,5	7,5	1,5	0,3

De formule bij tabel 2 is $h = 937,5 \times 0,2^t$.

I-6a -

- b** Bij $w = 15 \cdot 0,9^t$ is de beginhoeveelheid 15, is de groeifactor 0,9, de uitkomst bij $t = 1$ is $w = 15 \cdot 0,9 = 13,5$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $w = 15 \cdot 0,9^3 = 10,935$.
 Bij $m = 15 \cdot 1,3^t$ is de beginhoeveelheid 15, is de groeifactor 1,3, de uitkomst bij $t = 1$ is $m = 15 \cdot 1,3 = 19,5$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $m = 15 \cdot 1,3^3 = 32,955$.
 Bij $p = 70 \cdot 0,5^t$ is de beginhoeveelheid 70, is de groeifactor 0,5, de uitkomst bij $t = 1$ is $p = 70 \cdot 0,5 = 35$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $p = 70 \cdot 0,5^3 = 8,75$.
 Bij $k = 1,6^t$ is de beginhoeveelheid 1, is de groeifactor 1,6, de uitkomst bij $t = 1$ is $k = 1,6$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $k = 1,6^3 = 4,096$.
- c** Bij de formule $w = 15 \cdot 0,9^t$ is de grafiek dalend, bij de formule $m = 15 \cdot 1,3^t$ is de grafiek stijgend, bij de formule $p = 70 \cdot 0,5^t$ is de grafiek dalend en bij de formule $k = 1,6^t$ is de grafiek dalend.
 Als de groeifactor groter dan 1 is, dan is de grafiek stijgend en als de groeifactor kleiner dan 1 is, dan is de grafiek dalend.
- d** Als van een exponentieel verband $g > 1$, dan is de grafiek stijgend. Dat klopt met opdracht c.

I-7a De grafiek stijgt minder snel en wordt minder steil.

- b** Als je g groter maakt, dan stijgt de grafiek sneller en wordt steiler.
c Als $g = 1$, dan is de grafiek een horizontale rechte lijn.
d Als g kleiner dan 1 is, dan wordt de grafiek een dalende grafiek.

I-8a Bij de formule $h = \frac{1}{4} \cdot 4^t$ hoort de snelst stijgende grafiek.

- b** De groeifactoren zijn achtereenvolgens 4, $\frac{1}{2}$, 1 en 2. De formule $h = \frac{1}{4} \cdot 4^t$ heeft de grootste groeifactor. Dat klopt met het antwoord bij opdracht a.
c De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (2, 4), (1, 8), (0, 16), (2, 16), $(3\frac{1}{2}, 16)$ en (4, 64).

Test jezelf

T-1a Je moet het jaarinkomen met de factor 0,045 vermenigvuldigen.

- b** De winstuitkering voor Andreas is $0,045 \times \text{€ } 38.000,- = \text{€ } 1.710,-$.
c De verkoopprijs is $1,40 \times 1,19 \times \text{€ } 75,- = \text{€ } 124,95$.
d Nee, want $1,40 \times 1,19 = 1,666$ en er is 66,6% bij de prijs opgeteld.

T-2a Je moet achtereenvolgens vermenigvuldigen met $2,4 : 2,8 \approx 0,857$, met $2,0 : 2,4 \approx 0,833$, met $1,7 : 2,0 = 0,850$, met $1,4 : 1,7 \approx 0,824$ en met $1,2 : 1,4 \approx 0,857$ en die getallen liggen dicht bij elkaar.

- b** Het gemiddelde is ongeveer 0,84.
c Na 8 minuten is de hoogte van de schuimkraag $2,8 \times 0,84^8 \approx 0,69$ cm en na 10 minuten is de hoogte van de schuimkraag $2,8 \times 0,84^{10} \approx 0,49$ cm.

T-3a Bij tabel 1 is de groeifactor $900 : 600 = 1350 : 900 = 2025 : 1350 = 1,5$.

t	0	1	2	3	4	5	6
a	600	900	1350	2025	3037,5	4556,25	6834,375

Bij tabel 2 is de groeifactor $45 : 225 = 9 : 45 = 1,8 : 9 = 0,2$.

t	0	1	2	3	4	5	6
b	1125	225	45	9	1,8	0,36	0,072

b De bijbehorende formule bij tabel 1 is $a = 600 \cdot 1,5^t$ en de bijbehorende formule bij tabel 2 is $b = 1125 \cdot 0,2^t$.

T-4a De groeifactor per 20 minuten is 2.

b Er gaan twee perioden van 10 minuten in 20 minuten. De groeifactor per 10 minuten is $\sqrt{2}$. Er gaan drie perioden van 20 minuten in een uur. De groeifactor per uur is $2^3 = 8$.

c $A = 16 \cdot 8^t$

d Op $t = 0$ waren er 16 cellen, op $t = -1$ waren er $16 : 2 = 8$ cellen, op $t = -2$ waren er $8 : 2 = 4$ cellen, op $t = -3$ waren er $4 : 2 = 2$ cellen en op $t = -4$ waren er $2 : 2 = 1$ cellen.

Vier perioden van 20 minuten voor 14.00 uur is 80 minuten voor 14.00 uur.

De eicel werd om 12.40 uur bevrucht.

e Invullen van $t = 3$ geeft dat er om 17.00 uur $16 \times 8^3 = 8192$ cellen zullen zijn.

f Invullen van $t = 24$ geeft dat er een dag later $16 \times 8^{24} \approx 7,6 \times 10^{22}$ cellen zullen zijn.

T-5a $y = 0,18^{10} \approx 3,57 \times 10^{-8}$

d $y = 222 \times 0,25^{10} \approx 2,12 \times 10^{-4}$

b $y = 0,9 \times 8^{10} \approx 9,66 \times 10^8$

e $y = 0,0023 \times 10^{10} = 2,30 \times 10^7$

c $y = 34000 \times 0,1^{10} = 3,40 \times 10^{-6}$

f $y = 70 \times 5^{10} \approx 6,84 \times 10^8$

T-6a De groeifactor per jaar is 0,98.

b De groeifactor per 10 jaar is $0,98^{10} \approx 0,817$.

c Een formule is $I = 15000 \times 0,817^t$ met I het aantal inwoners en t de tijd per 10 jaar.

d Na 20 jaar zullen er $15000 \times 0,98^{20} \approx 10014$ inwoners zijn.

Na 21 jaar zullen er $15000 \times 0,98^{21} \approx 9814$ inwoners zijn.

Na 21 jaar komt het inwoneraantal onder de 10 000.

T-7a Ja, er is sprake van exponentiële groei, want er wordt telkens met 2 vermenigvuldigd.

De bijbehorende formule is $y = 17 \times 2^t$.

b Nee, er is geen sprake van exponentiële groei, want er wordt achtereenvolgens vermenigvuldigd met $69 : 53 \approx 1,3$, met $89 : 69 \approx 1,3$ en met $152 : 89 \approx 1,7$.

c Ja, er is sprake van exponentiële groei, want er wordt telkens met ongeveer 0,85 vermenigvuldigd. De bijbehorende formule is $y = 635 \times 0,85^t$.

d Ja, er is sprake van exponentiële groei, want er wordt telkens met 3 vermenigvuldigd. De bijbehorende formule is $y = 12 \times 3^t$.

T-8a Na 2 uur is $P = 0,75 \cdot 0,87^2 \approx 0,57$ en na 3 uur is $P = 0,75 \cdot 0,87^3 \approx 0,49$, dus het is dan ongeveer 3 uur.

b Ja, want na 9 uur is $P = 0,75 \cdot 0,87^9 \approx 0,21$ en dan is hij nog onder invloed.

c Na twee dagen is het alcoholpromillage in zijn bloed $0,75 \cdot 0,87^{48} \approx 9,4 \times 10^{-4}$ promille.