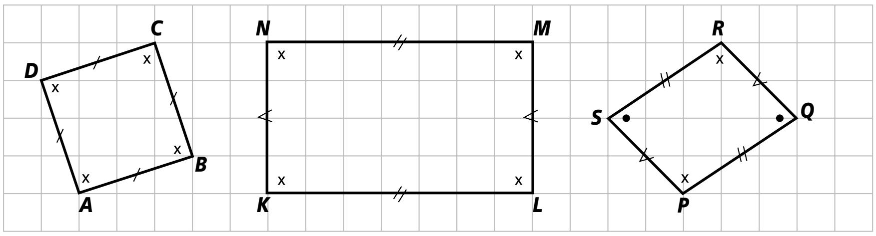
Hoofdstuk 11 - Oppervlakte

Voorkennis

V-1a



b Vierhoek *ABCD* is een vierkant.

c Vierhoek *KLMN* is een rechthoek en vierhoek *PQRS* is een parallellogram.

d De oppervlakte van vierhoek *KLMN* is $7 \times 4 = 28$ roostervierkantjes.

e Vierhoek *ABCD*:
De oppervlakte van de rechthoek om vierhoek *ABCD* is $4 \times 4 = 16$ roostervierkantjes.
De oppervlakte van vierhoek *ABCD* is $16 - 4 \times 1\frac{1}{2} = 16 - 6 = 10$ roostervierkantjes.
Vierhoek *PQRS*:
De oppervlakte van de rechthoek om vierhoek *PQRS* is $5 \times 4 = 20$ roostervierkantjes.
De oppervlakte van vierhoek *PQRS* is $20 - 2 - 3 - 2 - 3 = 10$ roostervierkantjes.

V-2a De rechthoek is 16 dm bij 7 dm, dus de oppervlakte is $16 \times 7 = 112$ dm^2.

b De rechthoek is 45 dm bij 11,6 dm, dus de oppervlakte is $45 \times 11{,}6 = 522$ dm^2.

c De rechthoek is 1,8 dm bij 72 dm, dus de oppervlakte is $1{,}8 \times 72 = 129{,}6$ dm^2.

d De rechthoek is 70 dm bij 24 dm, dus de oppervlakte is $70 \times 24 = 1680$ dm^2.

e De rechthoek is 0,41 dm bij 170 dm, dus de oppervlakte is $0{,}41 \times 170 = 69{,}7$ dm^2.

f De rechthoek is 89 dm bij 93 dm, dus de oppervlakte is $89 \times 93 = 8277$ dm^2.

g De rechthoek is 63 dm bij 77 dm, dus de oppervlakte is $63 \times 77 = 4851$ dm^2.

h De rechthoek is 55,5 dm bij 12 dm, dus de oppervlakte is $55{,}5 \times 12 = 666$ dm^2.

V-3a De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $9 \times 15 : 2 = 135 : 2 = 67{,}5$ dm^2.

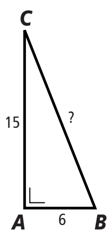
b De oppervlakte van $\triangle EFG$ is $8 \times 21 : 2 = 168 : 2 = 84$ dm^2.

c De oppervlakte van $\triangle KLM$ is $12 \times 14 : 2 = 168 : 2 = 84$ dm^2.

V-4a

zijde	*kwadraat*
AB = 6	36
AC = 15	225 +
BC = …	261

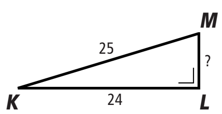
$BC = \sqrt{261}$



b

zijde	*kwadraat*
KL = 24	576
ML = …	49 +
KM = 25	625

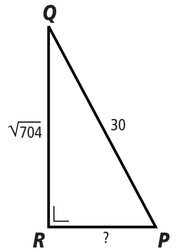
$ML = \sqrt{49} = 7$



c

zijde	*kwadraat*
$PR = \ldots$	196
$RQ = \sqrt{704}$	704 +
$PQ = 30$	900

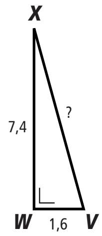
$PR = \sqrt{196} = 14$



d

zijde	*kwadraat*
$VW = 1{,}6$	2,56
$WX = 7{,}4$	54,76 +
$VX = \ldots$	57,32

$VX = \sqrt{57{,}32} \approx 7{,}57$



V-5a Je ziet aan de hoogte dat de afmetingen met een factor 3 vergroot zijn.
De hoogte is $4 \times 3 = 12$ cm, de breedte is $3 \times 3 = 9$ cm.

b De factor is 3.

c De omtrek van de vergroting is 3 keer de omtrek van de pasfoto.

d De oppervlakte van de pasfoto is $3 \times 4 = 12$ cm^2.
De oppervlakte van de vergroting is $12 \times 9 = 108$ cm^2.

e De oppervlakte van de vergroting is 9 keer de oppervlakte van de pasfoto.

V-6a De oppervlakte van de vergroting is $7^2 \times 126 = 49 \times 126 = 6174$ cm^2.
De omtrek is $7 \times 54 = 378$ cm.

b De oppervlakte van de vergroting is $(\frac{1}{3})^2 \times 108 = \frac{1}{9} \times 108 = 12$ dm^2.
De omtrek van de vergroting is $\frac{1}{3} \times 48 = 16$ dm.

11-1 Driehoeken

1a $CD = 5$ cm

b $AB = 14$ cm

c De driehoeken *AFC* en *BCE* zijn samen net zo groot als driehoek *ABC*.

d De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $5 \times 14 : 2 = 35$ cm^2.

e Nee, de lengte van zijde *AB* en de hoogte *CD* veranderen niet.

2a De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $20 \times 9 : 2 = 90$.
De oppervlakte van $\triangle KLM$ is $18 \times 7 : 2 = 63$.

b

zijde	*kwadraat*
$PS = 15$	225
$RS = \ldots$	64 +
$PR = 17$	289

$RS = \sqrt{64} = 8$

c De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $19 \times 8 : 2 = 76$

3a De basis is 4 cm en de hoogte is 3,5 cm.
b De oppervlakte van dit verkeersbord is $4 \times 3{,}5 : 2 = 7$ cm^2.
c Nee, het kleine verkeersbord past $15^2 = 225$ keer in het echte verkeersbord.
d Het echte verkeersbord heeft oppervlakte $225 \times 7 = 1575$ cm^2.
e Het verkeersbord in Madurodam is een vergroting van het echte verkeersbord met factor $\frac{1}{25}$. De oppervlakte van dit verkeersbord is $(\frac{1}{25})^2 \times 1575 = 2{,}52$ cm^2 = 252 mm^2.

4a $CF = 15$ mm
b De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $40 \times 15 : 2 = 300$ mm^2.
c De hoogte $BE = 30$ mm.
d De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $20 \times 30 : 2 = 300$ mm^2.
e Je hebt op twee verschillende manieren de oppervlakte van dezelfde driehoek berekend. De uitkomsten moeten dus gelijk zijn.

5 De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $12 \times 9 : 2 = 54$.
Om de oppervlakte van $\triangle KLM$ te berekenen, moet je eerst de hoogte KN berekenen.

zijde	*kwadraat*
$LN = 8$	64
$KN = \dots$	225 +
$KL = 17$	289

$KN = \sqrt{225} = 15$
De oppervlakte van $\triangle KLM$ is $12 \times 15 : 2 = 90$.
De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $10 \times 7 : 2 = 35$.
Om de oppervlakte van $\triangle VWX$ te berekenen moet je eerst de hoogte XY berekenen.

zijde	*kwadraat*
$VY = 9$	81
$XY = \dots$	175 +
$VX = 16$	256

$XY = \sqrt{175}$
De oppervlakte van $\triangle VWX$ is $14 \times \sqrt{175} : 2 = 7\sqrt{175} \approx 92{,}6$.

6a Omdat punt S op precies het midden ligt van zijde RQ, weet je dat $QS = 12$ m en kun je met de stelling van Pythagoras de hoogte PS berekenen. Over de ligging van punt T op zijde PQ in de driehoek van Simone weet je nog niets.
b

zijde	*kwadraat*
$QS = 12$	144
$PS = \dots$	256 +
$PQ = 20$	400

$PS = \sqrt{256} = 16$ m
De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $24 \times 16 : 2 = 192$ m^2.
c $192 = 20 \times \textit{hoogte } RT : 2$
d $20 \times \textit{hoogte } RT = 384$
$\textit{hoogte } RT = 384 : 20 = 19{,}2$ m

7a

zijde	kwadraat
$QS = 8$	64
$RS = \dots$	225 +
$QR = 17$	289

De hoogte RS is $\sqrt{225} = 15$ dm.

b De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $12 \times 15 : 2 = 90$ dm^2.

c Voor de oppervlakte van $\triangle PQR$ geldt ook:
oppervlakte PQR = *basis PR* × *hoogte QT* : 2, dus
$90 = 25 \times$ *hoogte QT* : 2
$25 \times$ *hoogte QT* $= 180$
hoogte QT $= 180 : 25 = 7{,}2$ dm

d Voor de oppervlakte van $\triangle PQR$ geldt ook:
oppervlakte PQR = *basis QR* × *hoogte PU* : 2, dus
$90 = 17 \times$ *hoogte PU* : 2
$17 \times$ *hoogte PU* $= 180$
hoogte PU $= 180 : 17 \approx 10{,}59$ dm.

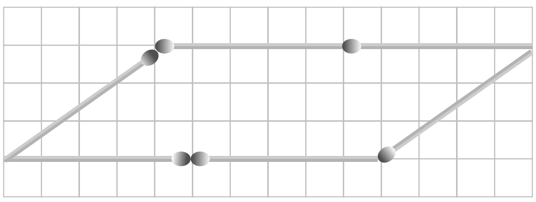
11-2 Parallellogrammen

8a De oppervlakte van de rechthoek is $10 \times 5 = 50$ cm^2.

b -

c De rechthoek om het parallellogram heen heeft een oppervlakte $13 \times 4 = 52$ cm^2.
De oppervlakte van het parallellogram is $52 - 6 - 6 = 40$ cm^2.

d Ja, bijvoorbeeld:



9a -

b -

c De oppervlakte van de rechthoek is $6 \times 3 = 18$ cm^2.

d De oppervlakte is dus ook 18 cm^2.

10 De oppervlakte van parallellogram $ABCD$ is $12 \times 14 = 168$.
Voor de oppervlakte van parallellogram $KLMN$ moet je eerst de hoogte NJ berekenen.

zijde	kwadraat
$KJ = 5$	25
$JN = \dots$	144 +
$KN = 13$	169

$JN = \sqrt{144} = 12$
De oppervlakte van parallellogram $KLMN$ is $8 \times 12 = 96$.

11a Je moet de oppervlakte met $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$ vermenigvuldigen.

b De oppervlakte van het nieuwe parallellogram is $\frac{1}{9} \times 6 \times 15 = 10$ cm^2.

12a

zijde	*kwadraat*
AB = 30	900
BD = …	1600 +
AD = 50	2500

$BD = \sqrt{1600} = 40$ mm.

b De oppervlakte van parallelogram *ABCD* is 30 × 40 = 1200 mm^2.

c 1200 mm^2 = 12 cm^2

d De schaal is 1 : 2. De hoogte wordt dan 24 mm.

e De oppervlakte is hetzelfde gebleven en de basis is 50 mm, dus de hoogte moet 1200 : 50 = 24 mm zijn.

13 *oppervlakte ABCD* = 7 × 3 = 21

zijde	*kwadraat*
MO = 3	9
NO = …	11,25 +
MN = $4\frac{1}{2}$	20,25

oppervlakte KLMN = $9 \times \sqrt{11{,}25} \approx 30{,}19$

Kies punt *V* op zijde *RS* zodat *QV* evenwijdig is aan *UT*.

zijde	*kwadraat*
RV = 8	64
QV = …	225 +
QR = 17	289

$QV = \sqrt{225} = 15$, dus de hoogte *TU* = 15.
oppervlakte PQRS = 24 × 15 = 360

zijde	*kwadraat*
XZ = …	$56\frac{1}{4}$
WZ = 4	16 +
WX = $8\frac{1}{2}$	$72\frac{1}{4}$

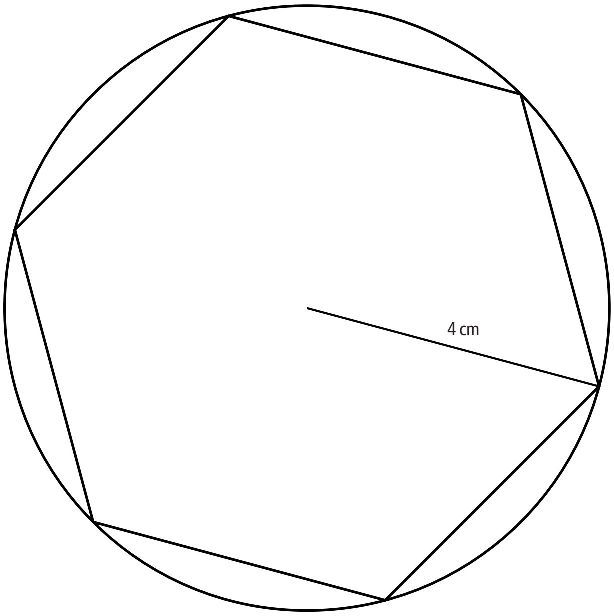
oppervlakte VWXY = $5 \times 7\frac{1}{2} = 37\frac{1}{2}$

14a De oppervlakte van parallellogram *ABCD* is $8 \times 7\frac{1}{2} = 60$.

b De oppervlakte van parallellogram *ABCD* kun je ook berekenen met *BC* als basis en *CE* als hoogte. Er geldt dan: 12 × *hoogte CE* = 60, dus *hoogte CE* = 60 : 12 = 5.

11-3 Omtrek van een cirkel

15a



b De omtrek van de zeshoek is $6 \times 4 = 24$ cm.

c *omtrek zeshoek* = *straal cirkel* $\times$ 6

d Dat getal zal in ieder geval meer dan 6 moeten zijn. Het lijkt redelijk om een getal tussen de 6 en de 7 in te vullen.

e De omtrek van de cirkel is ongeveer 25 cm.

16a De diameter van een munt van 2 euro is dan $2 \times 13 = 26$ mm. Dat klopt op de foto.

b De diameter van een munt van 1 euro is 23 mm en de diameter van een munt van 20 cent is 22 mm.

c Het touwtje met een lengte van 72 mm hoort bij de munt van 1 euro.

d

munt	*2 euro*	*1 euro*	*20 cent*
lengte touwtje in mm	82	72	69
diameter munt in mm	26	23	22

e Bij de munt van 2 euro is het $82 : 26 \approx 3{,}15$, bij de munt van 1 euro is het $72 : 23 \approx 3{,}13$ en bij de munt van 20 cent is het $69 : 22 \approx 3{,}14$.

17

straal cirkel in dm	*diameter cirkel* in dm	*omtrek cirkel* in dm
5,05	10,1	31,73
2,4	4,8	15,08
13,5	27	84,82
5	10	31,4

18a De omtrek van zo'n wiel is $70 \times \pi \approx 219{,}9$ cm oftewel 2,199 meter.
Het wiel draait over 1 km dus $1000 : 2{,}199 \approx 455$ keer rond.

b De omtrek is van een wiel is nu $69{,}5 \times \pi \approx 218{,}3$ cm oftwel 2,183 meter.
Het wiel draait over 1 km nu $1000 : 2{,}183 \approx 458$ keer rond, dat is 3 keer méér.

c De omtrek van de wielen van de fiets van Maja is $1000 : 482 \approx 2{,}07$ meter, dus de diameter van de wielen is $2{,}07 : \pi \approx 0{,}66$ meter oftewel 66 cm.
De straal is $66 : 2 = 33$ cm.

19a

diameter cirkel	0	1	2	3	4	6	10
omtrek cirkel	0	3,14	6,28	9,42	12,57	18,85	31,42

b Ja dat heeft zin, de diameter van een cirkel hoeft geen geheel getal te zijn.

c Telkens als de diameter van een cirkel 1 groter wordt, dan wordt de omtrek π groter.

20a De diameter van de 'grote' cirkel is 40 + 30 + 30 + 30 = 130 cm.

b Langs de grote cirkel is de weg de helft van een cirkel, dus $130 \times \pi : 2 \approx 204{,}2$ cm.
De omtrek van de linker halve kleine cirkel is $40 \times \pi : 2 \approx 62{,}8$ cm.
De omtrek van de rechter drie halve kleine cirkels samen is $3 \times 30 \times \pi : 2 \approx 141{,}4$ cm.
De totale afstand van de weg langs de kleine cirkels is 62,8 + 141,4 = 204,2 cm.
Het maakt niet uit, beide wegen zijn even lang.

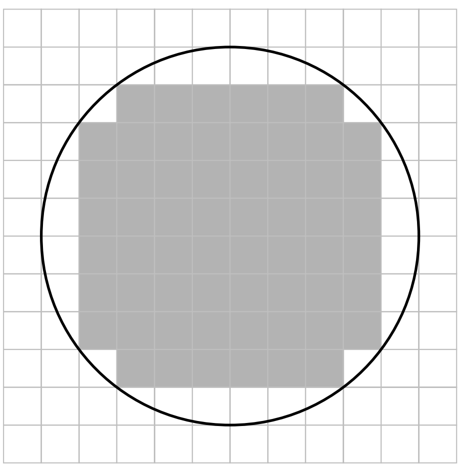
c De lengte van de linker halve cirkel is $\frac{1}{2} \times \pi \times a$ en de totale lengte van de vier halve cirkels is dan $\frac{1}{2} \times \pi \times a + \frac{1}{2} \times \pi \times b + \frac{1}{2} \times \pi \times c + \frac{1}{2} \times \pi \times d$.

d De diameter van de halve cirkel van punt A naar punt B is $a + b + c + d$ en de lengte van die halve cirkel is dan $\frac{1}{2} \times \pi \times (a + b + c + d)$.

e De antwoorden van de opdrachten c en d zijn gelijk. Je ziet dat door de haakjes weg te werken.

11-4 Oppervlakte van een cirkel

21a De tekening hieronder is op schaal 1 : 2.



b Aan het gearceerde deel hierboven zie je dat het aantal hele roostervierkantjes binnen de cirkel 60 is. De oppervlakte van de cirkel is 78 à 79 cm^2.

22a -

b De lengte van figuur *ABCD* is iets meer dan 15 cm en de breedte is bijna 5 cm.
De oppervlakte is dus ongeveer $15 \times 5 = 75$ cm^2.

c De oppervlakte van de cirkel is ongeveer 75 cm^2.

23a De omtrek van de cirkel is $10 \times \pi \approx 31{,}4$ cm.

b *AB* is langs de boogjes gemeten $31{,}4 : 2 = 15{,}7$ cm.

c De lengte van *AB* langs de boogjes gemeten is de helft van de omtrek van de cirkel.
Dat geeft: *lengte AB langs de boogjes* = $\pi \times$ *diameter* : 2
Omdat *diameter* : 2 = *straal* geeft dat:
lengte AB langs de boogjes = $\pi \times$ *straal*

d De oppervlakte van de cirkel is goed te benaderen met de oppervlakte van de rechthoek. De oppervlakte van de rechthoek is $AB \times BC$. En omdat $BC \approx$ *straal*,
geldt: *oppervlakte cirkel* = $\pi \times$ *straal* $\times$ *straal*

24a *oppervlakte* = $\pi \times 8^2 \approx 201$ cm^2

b De straal is $26 : 2 = 13$ cm, dus
oppervlakte = $\pi \times 13^2 \approx 531$ cm^2

25a De straal van het blauwe deel van klok 1 is $60 : 2 = 30$ cm.
De oppervlakte ervan is $\pi \times 30^2 \approx 2827{,}4$ cm^2.

b De oppervlakte van de gele stukken van klok 1 is
$60 \times 60 - \pi \times 30^2 \approx 3600 - 2827 \approx 773$ cm^2.
Het met een laagje email bedekken gaat in totaal $0{,}16 \times 773 \approx 124$ euro kosten.

c De oppervlakte van de kleine cirkel is $\pi \times 2^2 \approx 12{,}57$ dm^2.

d De oppervlakte van de grote buitenste cirkel is $\pi \times 3^2 \approx 28{,}27$ dm^2.
De oppervlakte van de blauwe rand is $28{,}27 - 12{,}57 = 15{,}7$ dm^2.

26a De omtrek van de twee halve binnencirkels samen is $31{,}83 \times 2 \times \pi \approx 200$ meter.
Eén rondje langs de binnenkant van de baan is $200 + 200 = 400$ meter.

b De straal van de twee halve buitencirkels is $31{,}83 + 10 = 41{,}83$ meter.
De oppervlakte van de twee halve bochten samen is
$\pi \times 41{,}83^2 - \pi \times 31{,}83^2 \approx 5497 - 3183 = 2314$ m^2.
De oppervlakte van de twee rechte stukken samen is $2 \times 10 \times 100 = 2000$ m^2.
Voor de baan is dus $2314 + 2000 = 4314$ m^2 kunststof nodig.

27a Vul bij $A = \pi \times r^2$ voor A de waarde 54 in.
$\pi \times r^2 = 54$ geeft $r^2 = 54 : \pi \approx 17{,}19$ en daaruit volgt dan $r = \sqrt{17{,}19} \approx 4{,}15$ dm.

b $\pi \times r^2 = 317$ geeft $r^2 = 317 : \pi \approx 100{,}90$ en daaruit volgt dan $r = \sqrt{100{,}9} \approx 10{,}045$ dm,
dus de diameter van deze cirkel is ongeveer 20,09 dm.

c De diameter van die cirkel is $46 : \pi \approx 14{,}64$ dm en de straal is dan ongeveer 7,32 dm.
De oppervlakte van die cirkel is dus $\pi \times 7{,}32\ldots^2 \approx 168{,}39$ dm^2.

28 Het blik bestaat uit drie delen: de bovenkant, de onderkant en de zijwand.
De bovenkant is een cirkel met diameter 9,9 cm, dus met straal 9,9 : 2 = 4,95 cm.
De oppervlakte van de bovenkant is $A = \pi \times 4{,}95^2 \approx 76{,}98$ cm^2.
De onderkant heeft ook oppervlakte 76,98 cm^2.
Als je de zijwand valk maakt is het een rechthoek. De breedte van die rechthoek is 11,6 cm, de lengte is gelijk aan de omtrek van het blik, dus $\pi \times 9{,}9 \approx 31{,}10$ cm.
De oppervlakte van de zijwand is $11{,}6 \times 31{,}10 \approx 360{,}76$ cm^2.
Men heeft $2 \times 76{,}98 + 360{,}76 \approx 514{,}7$ cm^2 metaal nodig om dit blik te maken.

29a De oppervlakte is $\pi \times 8^2 \approx 201{,}06$ cm^2.
b De straal wordt dan $8 \times 6 = 48$ en de oppervlakte $\pi \times 48^2 \approx 7238{,}23$.
De oppervlakte is dan 7238,23 : 201,06 = 36 keer zo groot.
c De oppervlakte van de cirkel is $A = \pi r^2$ cm^2.
Voor de nieuwe cirkel geldt $A = \pi \times (3 \times r)^2$, oftwel $A = \pi \times 3 \times r \times 3 \times r$.
Anders geschreven is dit $A = 3 \times 3 \times \pi \times r \times r$ oftwel $A = 9 \times \pi r^2$.
En dat is dus 9 keer zo veel als $A = \pi r^2$.

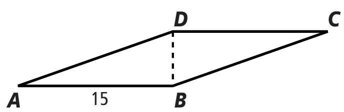
11-5 Gemengde opdrachten

30a De oppervlakte van de vergroting van de driehoek is $(6\frac{1}{2})^2 \times 12 = 507$ cm^2.
b De oppervlakte van de driehoek is met 300 : 12 = 25 vermenigvuldigd.
De afmetingen van de driehoek zijn dan met $\sqrt{25} = 5$ vermenigvuldigd.
$\triangle ABC$ is dus met factor 5 vergroot.

31a De diameter van de vijver is $350 : \pi \approx 111{,}4$ m, dus de straal is ongeveer 55,7 m.
De oppervlakte is zonder tussentijds af te ronden $\pi \times 55{,}704\ldots^2 \approx 9748$ m^2.
b Er worden $9748 : 7 \approx 1393$ karpers uitgezet.

32a De omtrek is $\pi \times 21 \approx 65{,}97$ cm.
b Het touw ligt in een cirkel met diameter 21 cm + 200 cm = 221 cm.
De omtrek van deze cirkel is $\pi \times 221 \approx 694{,}29$ cm.
Er is $694{,}29 - 65{,}97 = 628{,}31$ cm $\approx 6{,}28$ m touw extra nodig.
c De omtrek van de aarde is $\pi \times 12\,600\,000 \approx 39\,584\,067{,}44$ m.
Het touw ligt in een cirkel met diameter 12 600 00 + 2 = 12 600 002 m.
De omtrek van deze cirkel is $\pi \times 12\,600\,002 \approx 39\,584\,073{,}72$ m.
Er is $39\,584\,073{,}72 - 38\,584\,067{,}44 = 6{,}28$ m touw extra nodig.

33a *basis AB* $\times$ *hoogte BD* = *oppervlakte ABCD*
15 $\times$ *hoogte BD* = 75
hoogte BD = 75 : 15 = 5 cm



zijde	*kwadraat*
AB = 15	225
BD = 5	25 +
AD = …	250

De lengte van *AD* is $\sqrt{250} \approx 15{,}8$ cm.
b Een ruit is een bijzonder parallellogram, namelijk met allemaal even lange zijden.

c De oppervlakte van $VWXY$ is 25 cm^2 en de basis is 5 cm. Dan moet de hoogte er loodrecht op ook 5 cm zijn en dat is even lang als de andere zijde van $VWXY$. Dat kan alleen als $VWXY$ een vierkant is.

34a Als je $\triangle ABF$ met factor 2 vermenigvuldigd, krijg je $\triangle ACG$.
De oppervlakte van driehoek ACG is dan $2^2 = 4$ keer zo groot als de oppervlakte van driehoek ABF, dus $4 \times 0{,}2 = 0{,}8$ m^2.

b Als je $\triangle ABF$ met factor 3 vermenigvuldigd, krijg je $\triangle ADH$.
De oppervlakte van $\triangle ADH$ is dan $3^2 = 9$ keer zo groot als de oppervlakte van $\triangle ABF$, dus $9 \times 0{,}2 = 1{,}8$ m^2.
Als je $\triangle ABF$ met factor 4 vermenigvuldigd, krijg je $\triangle AEI$.
De oppervlakte van $\triangle AEI$ is dan $4^2 = 16$ keer zo groot als de oppervlakte van $\triangle ABF$, dus $16 \times 0{,}2 = 3{,}2$ m^2.
De oppervlakte van $DEIH$ is dan $3{,}2 - 1{,}8 = 1{,}4$ m^2.

c De oppervlakte van bijvoorbeeld $\triangle AEI$ is 3,2 m^2. De oppervlakte van de vier zijvlakken samen is $4 \times 3{,}2 = 12{,}8$ m^2.
Freddy heeft drie blikken verf nodig, want aan twee blikken verf heeft hij niet genoeg.

35a De lengte van het stuk papier is gelijk aan de omtrek van de cilinder. Dus als $p = 20$, dan is de omtrek gelijk aan 20, dus is de diameter gelijk aan $20 : \pi \approx 6{,}37$ cm.

b De omtrek van de cilinder is $\pi \times 3 \approx 9{,}42$ cm, dus $p \approx 9{,}42$ cm.

c De omtrek van de grondcirkel is gelijk aan de lengte van de halve cirkel van het stuk papier waarvan de kegel gemaakt is.
De omtrek van een cirkel met straal 9 is $\pi \times 2 \times 9 = 18 \times \pi$, dus de lengte van de halve cirkel is $18 \times \pi : 2 \approx 28{,}27$ cm. De omtrek van de grondcirkel is ongeveer 28,27 cm.

d De diameter van de grondcirkel is $28{,}27 : \pi = 9$, dus de straal is 4,5 cm.

e De omtrek van de grondcirkel is de helft van die van een cirkel met straal r, dus de omtrek van de grondcirkel is $\pi \times 2r : 2 = \pi \times r$.
De diameter van de grondcirkel is $\pi \times r : \pi = r$, dus de straal is $\frac{1}{2}r$.

36 Schaal 1 : 25 betekent dat de hoogte van een gebouw in Madurodam in werkelijkheid 25 keer zo groot is, dus je moet met de factor 25 vermenigvuldigen.

b De oppervlakte van het echte voetbalveld is $11{,}7 \times 25^2 = 7312{,}5$ m^2.

c De oppervlakte zou $2364 : 25^2 = 3{,}7824$ km^2 zijn. Dat lijkt niet in Madurodam te passen, want dan zou dat al ongeveer 2 km bij 2 km groot zijn.

37a In werkelijkheid is de straal van de aarde $320\,000\,000 \times 2 = 640\,000\,000$ cm ofwel 6400 km. De diameter is $6400 \times 2 = 12\,800$ km.
De omtrek van de aarde is $\pi \times 12\,800 \approx 40\,000$ km.

b De oppervlakte van de cirkel is $\pi \times 2^2 = 4\pi \approx 12{,}57$ cm^2.

c De oppervlakte van de vergroting is $216 : 24 = 9$ keer zo groot als de oppervlakte van de foto in het boek.
De oppervlakte van de cirkel op haar vergroting is dus $9 \times \pi \times 2^2 \approx 113$ cm^2.

Test jezelf

T-1a

zijde	*kwadraat*
$AD = 10$	100
$BD = \dots$	525 +
$AB = 25$	625

$BD = \sqrt{525} \approx 22{,}91$
oppervlakte $\triangle ABC = (10 + 10) \times \sqrt{525} : 2 \approx 229{,}13$

zijde	*kwadraat*
$EG = 18$	324
$FG = \dots$	765 +
$EF = 33$	1089

$FG = \sqrt{765}$
oppervlakte $\triangle DEF = 27 \times \sqrt{765} : 2 \approx 373{,}39$

zijde	*kwadraat*
$KL = 40$	1600
$KM = \dots$	1536 +
$LM = 56$	3136

$KM = \sqrt{1536}$
oppervlakte $\triangle KLM = 40 \times \sqrt{1536} : 2 \approx 783{,}84$

b Voor de driehoek geldt $8 \times$ *hoogte* $: 2 = 20$ oftewel $4 \times$ *hoogte* $= 20$, dus de hoogte is 5 cm.

c Dan moet gelden dat $48 \times$ *hoogte* $: 2 = 20$ oftewel $24 \times$ *hoogte* $= 20$, dus de hoogte wordt $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$ cm.

d Voor die driehoek geldt $8 \times$ *hoogte* $: 2 = 180$ oftewel $4 \times$ *hoogte* $= 180$, dus de hoogte is 45 cm.

T-2a *oppervlakte* $ABCD = (15 + 10) \times 20 = 500$
oppervlakte $PQRS = 16 \times 32 = 512$

zijde	*kwadraat*
$WZ = 20$	400
$XZ = 21$	441 +
$XW = 29$	841

hoogte $XZ = \sqrt{441} = 21$
oppervlakte $VWXY = 29 \times 21 = 609$

b *basis AB* × *hoogte CF* = *oppervlakte ABCD*
25 × *hoogte CF* = 500
hoogte CF = 500 : 25 = 20
Je had ook kunnen redeneren dat *AD* en *AB* even groot zijn en dat de bijbehorende hoogten *CE* en *CF* dan ook even groot moeten zijn, dus *CF* = *CE* = 20.

zijde	*kwadraat*
TP = 24	576
ST = 32	1024 +
PS = 40	1600

$PS = \sqrt{1600} = 40$
basis PS × *hoogte RU* = *oppervlakte PQRS*
40 × *hoogte RU* = 512
hoogte RU = 512 : 40 = 12,8

T-3a De omtrek van de cirkel is 12 × π ≈ 37,7 cm.
b De diameter is 2 × 5,3 = 10,6 cm.
De omtrek van de cirkel is 10,6 × π ≈ 33,3 cm.
c De diameter van de cirkel is 24,7 : π ≈ 7,86 cm, dus de straal van de cirkel is ongeveer 3,93 cm.

T-4a De oppervlakte van figuur 1 is $\pi \times 8{,}5^2 \approx 226{,}98$ cm^2.
Figuur 2 is het verschil tussen een cirkel met straal 6 cm en een cirkel met straal 4 cm.
De oppervlakte van figuur 2 is $\pi \times 6^2 - \pi \times 4^2 \approx 62{,}83$ cm^2.
De oppervlakte van figuur 3 bereken je door van de oppervlakte van een vierkant met zijde 4 + 5 + 4 = 13 cm de oppervlakte van vier kwart cirkels met straal 4 cm af te trekken.
De oppervlakte van figuur 3 is $(4+5+4)^2 - \pi \times 4^2 \approx 118{,}73$ cm^2.
b De diameter van de cirkel is 30 π ≈ 9,55 cm en de straal 4,77 cm.
De oppervlakte is π × 4,77^2 ≈ 71,6 cm^2.
c De diameter van de cirkel is 56 : π ≈ 17,83 cm en de straal 8,91 cm.
De oppervlakte is π × 8,91^2 ≈ 249,6 cm^2.

T-5a De omtrek van een munt van 50 cent is 24 × π ≈ 75,4 mm.
b De oppervlakte is π × 12^2 ≈ 452,4 mm^2 = 4,524 cm^2.
c De diameter van de getekende cirkel is 3 × 24 = 72 mm, dus de omtrek van de getekende cirkel is 72 × π ≈ 226,2 mm.
d De oppervlakte van de zeven munten samen is 7 × π × 12^2 = 1008 × π mm^2 (≈ 3166,7 mm^2).
De oppervlakte van de grote cirkel is π × 36^2 = 1296 × π mm^2 (≈ 4071,5 mm^2).
Er wordt dus $\frac{1008 \times \pi}{1296 \times \pi} = \frac{1008}{1296} = \frac{7}{9}$ deel van de getekende cirkel door de zeven munten bedekt.
e De diameter van de grote cirkel is 3 keer die van een munt. De oppervlakte van de grote cirkel is dus 3^2 keer zo groot als de oppervlakte van één munt.
Er passen 7 munten in de grote cirkel met een totale oppervlakte van 7 keer de oppervlakte van één munt.
Welke soort munt je ook neemt, de 7 munten bedekken altijd $\frac{7}{9}$ deel van de cirkel.

T-6a De lengte van het voetbalveld is 9 mm en de breedte is 7 mm.

b De oppervlakte van het voetbalveld op het kaartje is $9 \times 7 = 63$ mm^2.

c Zowel de lengte als de breedte van het echte voetbalveld zijn 10 000 keer zo groot, dus de oppervlakte is $10\,000^2 = 100\,000\,000$ keer zo groot. Guido heeft gelijk.

d Op het kaartje zou de omtrek van de middencirkel $57{,}5 : 10\,000 = 0{,}00575$ meter oftewel 0,575 cm of 5,75 mm moeten zijn.
De oppervlakte van de middencirkel zou dan $263 : 10\,000^2 = 0{,}000\,002\,63$ m^2 oftewel 0,0263 cm^2 of 2,63 mm^2 moeten zijn.

