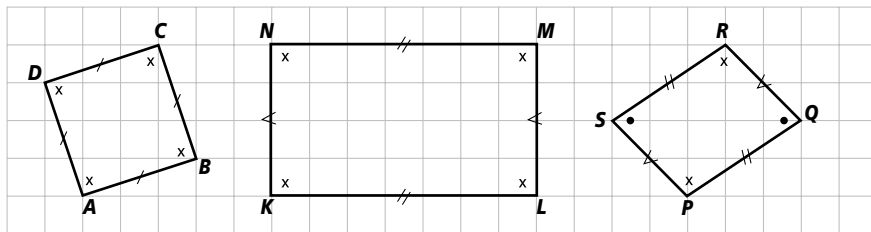


Hoofdstuk 11 - Oppervlakte

Voorkennis

V-1a



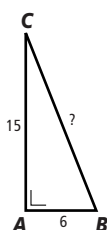
- b Vierhoek $ABCD$ is een vierkant.
- c Vierhoek $KLMN$ is een rechthoek en vierhoek $PQRS$ is een parallellogram.
- d De oppervlakte van vierhoek $KLMN$ is $7 \times 4 = 28$ roostervierkantjes.
- e Vierhoek $ABCD$:
De oppervlakte van de rechthoek om vierhoek $ABCD$ is $4 \times 4 = 16$ roostervierkantjes.
De oppervlakte van vierhoek $ABCD$ is $16 - 4 \times 1\frac{1}{2} = 16 - 6 = 10$ roostervierkantjes.
Vierhoek $PQRS$:
De oppervlakte van de rechthoek om vierhoek $PQRS$ is $5 \times 4 = 20$ roostervierkantjes.
De oppervlakte van vierhoek $PQRS$ is $20 - 2 - 3 - 2 - 3 = 10$ roostervierkantjes.

- V-2a De rechthoek is 16 dm bij 7 dm, dus de oppervlakte is $16 \times 7 = 112 \text{ dm}^2$.
- b De rechthoek is 45 dm bij 11,6 dm, dus de oppervlakte is $45 \times 11,6 = 522 \text{ dm}^2$.
- c De rechthoek is 1,8 dm bij 72 dm, dus de oppervlakte is $1,8 \times 72 = 129,6 \text{ dm}^2$.
- d De rechthoek is 70 dm bij 24 dm, dus de oppervlakte is $70 \times 24 = 1680 \text{ dm}^2$.
- e De rechthoek is 0,41 dm bij 170 dm, dus de oppervlakte is $0,41 \times 170 = 69,7 \text{ dm}^2$.
- f De rechthoek is 89 dm bij 93 dm, dus de oppervlakte is $89 \times 93 = 8277 \text{ dm}^2$.
- g De rechthoek is 63 dm bij 77 dm, dus de oppervlakte is $63 \times 77 = 4851 \text{ dm}^2$.
- h De rechthoek is 55,5 dm bij 12 dm, dus de oppervlakte is $55,5 \times 12 = 666 \text{ dm}^2$.

- V-3a De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $9 \times 15 : 2 = 135 : 2 = 67,5 \text{ dm}^2$.
- b De oppervlakte van $\triangle EFG$ is $8 \times 21 : 2 = 168 : 2 = 84 \text{ dm}^2$.
- c De oppervlakte van $\triangle KLM$ is $12 \times 14 : 2 = 168 : 2 = 84 \text{ dm}^2$.

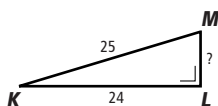
V-4a

| zijde | kwadraat |
|-------------------|----------|
| $AB = 6$ | 36 |
| $AC = 15$ | 225 + |
| $BC = \dots$ | 261 |
| $BC = \sqrt{261}$ | |



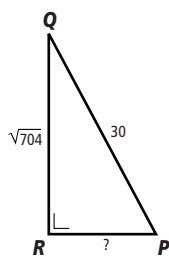
b

| zijde | kwadraat |
|----------------------|----------|
| $KL = 24$ | 576 |
| $ML = \dots$ | 49 + |
| $KM = 25$ | 625 |
| $ML = \sqrt{49} = 7$ | |



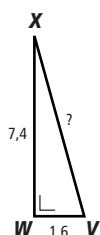
c

| zijde | kwadraat |
|------------------------|----------|
| $PR = \dots$ | 196 |
| $RQ = \sqrt{704}$ | 704 + |
| $PQ = 30$ | 900 |
| $PR = \sqrt{196} = 14$ | |



d

| zijde | kwadraat |
|----------------------------------|----------|
| $VW = 1,6$ | 2,56 |
| $WX = 7,4$ | 54,76 + |
| $VX = \dots$ | 57,32 |
| $VX = \sqrt{57,32} \approx 7,57$ | |



- V-5a** Je ziet aan de hoogte dat de afmetingen met een factor 3 vergroot zijn.
De hoogte is $4 \times 3 = 12$ cm, de breedte is $3 \times 3 = 9$ cm.
- b** De factor is 3.
- c** De omtrek van de vergroting is 3 keer de omtrek van de pasfoto.
- d** De oppervlakte van de pasfoto is $3 \times 4 = 12$ cm².
De oppervlakte van de vergroting is $12 \times 9 = 108$ cm².
- e** De oppervlakte van de vergroting is 9 keer de oppervlakte van de pasfoto.
- V-6a** De oppervlakte van de vergroting is $7^2 \times 126 = 49 \times 126 = 6174$ cm².
De omtrek is $7 \times 54 = 378$ cm.
- b** De oppervlakte van de vergroting is $(\frac{1}{3})^2 \times 108 = \frac{1}{9} \times 108 = 12$ dm².
De omtrek van de vergroting is $\frac{1}{3} \times 48 = 16$ dm.

11-1 Driehoeken

- 1a** $CD = 5$ cm
- b** $AB = 14$ cm
- c** De driehoeken AFC en BCE zijn samen net zo groot als driehoek ABC .
- d** De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $5 \times 14 : 2 = 35$ cm².
- e** Nee, de lengte van zijde AB en de hoogte CD veranderen niet.
- 2a** De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $20 \times 9 : 2 = 90$.
De oppervlakte van $\triangle KLM$ is $18 \times 7 : 2 = 63$.
- b**
- | zijde | kwadraat |
|----------------------|----------|
| $PS = 15$ | 225 |
| $RS = \dots$ | 64 + |
| $PR = 17$ | 289 |
| $RS = \sqrt{64} = 8$ | |
- c** De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $19 \times 8 : 2 = 76$

- 3a** De basis is 4 cm en de hoogte is 3,5 cm.
b De oppervlakte van dit verkeersbord is $4 \times 3,5 : 2 = 7 \text{ cm}^2$.
c Nee, het kleine verkeersbord past $15^2 = 225$ keer in het echte verkeersbord.
d Het echte verkeersbord heeft oppervlakte $225 \times 7 = 1575 \text{ cm}^2$.
e Het verkeersbord in Madurodam is een vergroting van het echte verkeersbord met factor $\frac{1}{25}$. De oppervlakte van dit verkeersbord is $(\frac{1}{25})^2 \times 1575 = 2,52 \text{ cm}^2 = 252 \text{ mm}^2$.

- 4a** $CF = 15 \text{ mm}$
b De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $40 \times 15 : 2 = 300 \text{ mm}^2$.
c De hoogte $BE = 30 \text{ mm}$.
d De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $20 \times 30 : 2 = 300 \text{ mm}^2$.
e Je hebt op twee verschillende manieren de oppervlakte van dezelfde driehoek berekend. De uitkomsten moeten dus gelijk zijn.

- 5** De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $12 \times 9 : 2 = 54$.
 Om de oppervlakte van $\triangle KLM$ te berekenen, moet je eerst de hoogte KN berekenen.

| zijde | kwadraat |
|--------------|-----------------|
| $LN = 8$ | 64 |
| $KN = \dots$ | $\frac{225}{+}$ |
| $KL = 17$ | 289 |

$$KN = \sqrt{225} = 15$$

De oppervlakte van $\triangle KLM$ is $12 \times 15 : 2 = 90$.

De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $10 \times 7 : 2 = 35$.

Om de oppervlakte van $\triangle VWX$ te berekenen moet je eerst de hoogte XY berekenen.

| zijde | kwadraat |
|--------------|-----------------|
| $VY = 9$ | 81 |
| $XY = \dots$ | $\frac{175}{+}$ |
| $VX = 16$ | 256 |

$$XY = \sqrt{175}$$

De oppervlakte van $\triangle VWX$ is $14 \times \sqrt{175} : 2 = 7\sqrt{175} \approx 92,6$.

- 6a** Omdat punt S op precies het midden ligt van zijde RQ , weet je dat $QS = 12 \text{ m}$ en kun je met de stelling van Pythagoras de hoogte PS berekenen. Over de ligging van punt T op zijde PQ in de driehoek van Simone weet je nog niets.

b

| zijde | kwadraat |
|--------------|-----------------|
| $QS = 12$ | 144 |
| $PS = \dots$ | $\frac{256}{+}$ |
| $PQ = 20$ | 400 |

$$PS = \sqrt{256} = 16 \text{ m}$$

De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $24 \times 16 : 2 = 192 \text{ m}^2$.

- c** $192 = 20 \times \text{hoogte } RT : 2$
d $20 \times \text{hoogte } RT = 384$
 $\text{hoogte } RT = 384 : 20 = 19,2 \text{ m}$

7a

| zijde | kwadraat |
|--------------|-----------------|
| $QS = 8$ | 64 |
| $RS = \dots$ | $\frac{225}{+}$ |
| $QR = 17$ | 289 |

De hoogte RS is $\sqrt{225} = 15$ dm.

b De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $12 \times 15 : 2 = 90$ dm².

c Voor de oppervlakte van $\triangle PQR$ geldt ook:
oppervlakte $PQR = \text{basis } PR \times \text{hoogte } QT : 2$, dus

$$90 = 25 \times \text{hoogte } QT : 2$$

$$25 \times \text{hoogte } QT = 180$$

$$\text{hoogte } QT = 180 : 25 = 7,2 \text{ dm}$$

d Voor de oppervlakte van $\triangle PQR$ geldt ook:

oppervlakte $PQR = \text{basis } QR \times \text{hoogte } PU : 2$, dus

$$90 = 17 \times \text{hoogte } PU : 2$$

$$17 \times \text{hoogte } PU = 180$$

$$\text{hoogte } PU = 180 : 17 \approx 10,59 \text{ dm.}$$

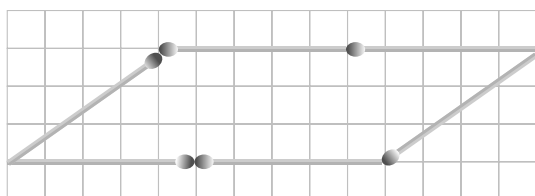
11-2 Parallelogrammen

8a De oppervlakte van de rechthoek is $10 \times 5 = 50$ cm².

b -

c De rechthoek om het parallellogram heen heeft een oppervlakte $13 \times 4 = 52$ cm².
De oppervlakte van het parallellogram is $52 - 6 - 6 = 40$ cm².

d Ja, bijvoorbeeld:



9a -

b -

c De oppervlakte van de rechthoek is $6 \times 3 = 18$ cm².

d De oppervlakte is dus ook 18 cm².

10 De oppervlakte van parallellogram $ABCD$ is $12 \times 14 = 168$.

Voor de oppervlakte van parallellogram $KLMN$ moet je eerst de hoogte NJ berekenen.

| zijde | kwadraat |
|--------------|-----------------|
| $KJ = 5$ | 25 |
| $JN = \dots$ | $\frac{144}{+}$ |
| $KN = 13$ | 169 |

$$JN = \sqrt{144} = 12$$

De oppervlakte van parallellogram $KLMN$ is $8 \times 12 = 96$.

- 11a** Je moet de oppervlakte met $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$ vermenigvuldigen.
b De oppervlakte van het nieuwe parallellogram is $\frac{1}{9} \times 6 \times 15 = 10 \text{ cm}^2$.

12a

| zijde | kwadraat |
|--------------|------------------|
| $AB = 30$ | 900 |
| $BD = \dots$ | $\frac{1600}{+}$ |
| $AD = 50$ | 2500 |

$$BD = \sqrt{1600} = 40 \text{ mm.}$$

- b** De oppervlakte van parallellogram $ABCD$ is $30 \times 40 = 1200 \text{ mm}^2$.
c $1200 \text{ mm}^2 = 12 \text{ cm}^2$
d De schaal is 1 : 2. De hoogte wordt dan 24 mm.
e De oppervlakte is hetzelfde gebleven en de basis is 50 mm, dus de hoogte moet $1200 : 50 = 24 \text{ mm}$ zijn.

13 oppervlakte $ABCD = 7 \times 3 = 21$

| zijde | kwadraat |
|---------------------|-------------------|
| $MO = 3$ | 9 |
| $NO = \dots$ | $\frac{11,25}{+}$ |
| $MN = 4\frac{1}{2}$ | 20,25 |

$$\text{oppervlakte } KLMN = 9 \times \sqrt{11,25} \approx 30,19$$

Kies punt V op zijde RS zodat QV evenwijdig is aan UT .

| zijde | kwadraat |
|--------------|-----------------|
| $RV = 8$ | 64 |
| $QV = \dots$ | $\frac{225}{+}$ |
| $QR = 17$ | 289 |

$$QV = \sqrt{225} = 15, \text{ dus de hoogte } TU = 15.$$

$$\text{oppervlakte } PQRS = 24 \times 15 = 360$$

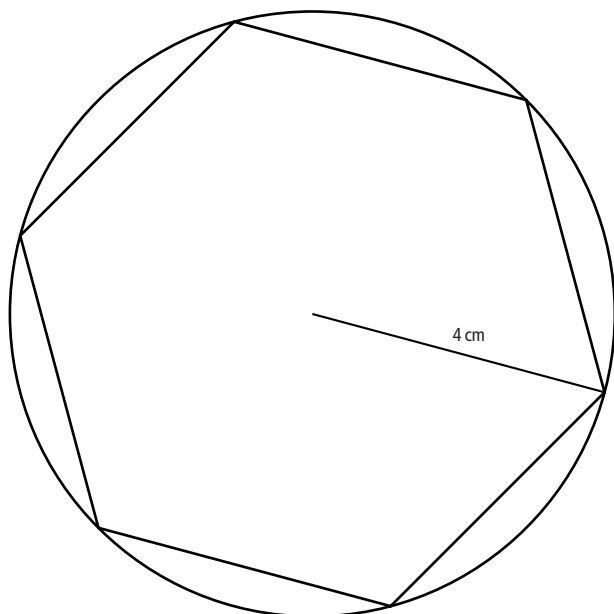
| zijde | kwadraat |
|---------------------|-----------------|
| $XZ = \dots$ | $56\frac{1}{4}$ |
| $WZ = 4$ | $\frac{16}{+}$ |
| $WX = 8\frac{1}{2}$ | $72\frac{1}{4}$ |

$$\text{oppervlakte } VWXY = 5 \times 7\frac{1}{2} = 37\frac{1}{2}$$

- 14a** De oppervlakte van parallellogram $ABCD$ is $8 \times 7\frac{1}{2} = 60$.
b De oppervlakte van parallellogram $ABCD$ kun je ook berekenen met BC als basis en CE als hoogte. Er geldt dan: $12 \times \text{hoogte } CE = 60$, dus $\text{hoogte } CE = 60 : 12 = 5$.

11-3 Omtrek van een cirkel

15a



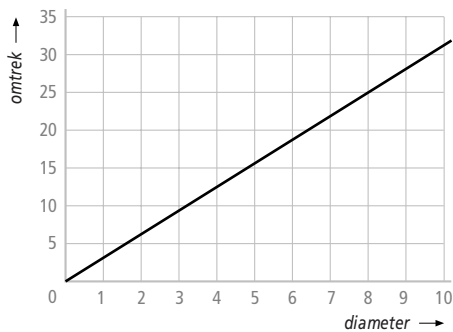
- b** De omtrek van de zeshoek is $6 \times 4 = 24$ cm.
c $\text{omtrek zeshoek} = \text{straal cirkel} \times 6$
d Dat getal zal in ieder geval meer dan 6 moeten zijn. Het lijkt redelijk om een getal tussen de 6 en de 7 in te vullen.
e De omtrek van de cirkel is ongeveer 25 cm.
- 16a** De diameter van een munt van 2 euro is dan $2 \times 13 = 26$ mm. Dat klopt op de foto.
b De diameter van een munt van 1 euro is 23 mm en de diameter van een munt van 20 cent is 22 mm.
c Het touwtje met een lengte van 72 mm hoort bij de munt van 1 euro.
d
- | <i>munten</i> | <i>2 euro</i> | <i>1 euro</i> | <i>20 cent</i> |
|-----------------------------|---------------|---------------|----------------|
| <i>lengte touwtje in mm</i> | 82 | 72 | 69 |
| <i>diameter munt in mm</i> | 26 | 23 | 22 |
- e** Bij de munt van 2 euro is het $82 : 26 \approx 3,15$, bij de munt van 1 euro is het $72 : 23 \approx 3,13$ en bij de munt van 20 cent is het $69 : 22 \approx 3,14$.

17

| <i>straal cirkel</i> in dm | <i>diameter cirkel</i> in dm | <i>omtrek cirkel</i> in dm |
|-------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| 5,05 | 10,1 | 31,73 |
| 2,4 | 4,8 | 15,08 |
| 13,5 | 27 | 84,82 |
| 5 | 10 | 31,4 |

- 18a** De omtrek van zo'n wiel is $70 \times \pi \approx 219,9$ cm oftewel 2,199 meter.
 Het wiel draait over 1 km dus $1000 : 2,199 \approx 455$ keer rond.
b De omtrek is van een wiel is nu $69,5 \times \pi \approx 218,3$ cm oftewel 2,183 meter.
 Het wiel draait over 1 km nu $1000 : 2,183 \approx 458$ keer rond, dat is 3 keer méér.
c De omtrek van de wielen van de fiets van Maja is $1000 : 482 \approx 2,07$ meter,
 dus de diameter van de wielen is $2,07 : \pi \approx 0,66$ meter oftewel 66 cm.
 De straal is $66 : 2 = 33$ cm.

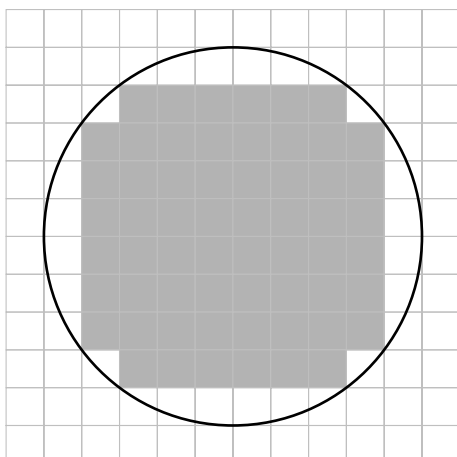
| | | | | | | | | |
|-----|-----------------|---|------|------|------|-------|-------|-------|
| 19a | diameter cirkel | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 10 |
| | omtrek cirkel | 0 | 3,14 | 6,28 | 9,42 | 12,57 | 18,85 | 31,42 |



- b** Ja dat heeft zin, de diameter van een cirkel hoeft geen geheel getal te zijn.
- c** Telkens als de diameter van een cirkel 1 groter wordt, dan wordt de omtrek π groter.
- 20a** De diameter van de ‘grote’ cirkel is $40 + 30 + 30 + 30 = 130$ cm.
- b** Langs de grote cirkel is de weg de helft van een cirkel, dus $130 \times \pi : 2 \approx 204,2$ cm.
De omtrek van de linker halve kleine cirkel is $40 \times \pi : 2 \approx 62,8$ cm.
De omtrek van de rechter drie halve kleine cirkels samen is $3 \times 30 \times \pi : 2 \approx 141,4$ cm.
De totale afstand van de weg langs de kleine cirkels is $62,8 + 141,4 = 204,2$ cm.
Het maakt niet uit, beide wegen zijn even lang.
- c** De lengte van de linker halve cirkel is $\frac{1}{2} \times \pi \times a$ en de totale lengte van de vier halve cirkels is dan $\frac{1}{2} \times \pi \times a + \frac{1}{2} \times \pi \times b + \frac{1}{2} \times \pi \times c + \frac{1}{2} \times \pi \times d$.
- d** De diameter van de halve cirkel van punt A naar punt B is $a + b + c + d$ en de lengte van die halve cirkel is dan $\frac{1}{2} \times \pi \times (a + b + c + d)$.
- e** De antwoorden van de opdrachten c en d zijn gelijk. Je ziet dat door de haakjes weg te werken.

11-4 Oppervlakte van een cirkel

- 21a** De tekening hieronder is op schaal 1 : 2.



- b** Aan het gearceerde deel hierboven zie je dat het aantal hele roostervierkantjes binnen de cirkel 60 is. De oppervlakte van de cirkel is 78 à 79 cm^2 .

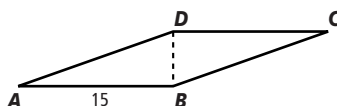
- 22a** -
- b** De lengte van figuur $ABCD$ is iets meer dan 15 cm en de breedte is bijna 5 cm.
De oppervlakte is dus ongeveer $15 \times 5 = 75 \text{ cm}^2$.
- c** De oppervlakte van de cirkel is ongeveer 75 cm^2 .
- 23a** De omtrek van de cirkel is $10 \times \pi \approx 31,4 \text{ cm}$.
- b** AB is langs de boogjes gemeten $31,4 : 2 = 15,7 \text{ cm}$.
- c** De lengte van AB langs de boogjes gemeten is de helft van de omtrek van de cirkel.
Dat geeft: *lengte AB langs de boogjes* = $\pi \times \text{diameter} : 2$
Omdat *diameter* : 2 = *straal* geeft dat:
lengte AB langs de boogjes = $\pi \times \text{straal}$
- d** De oppervlakte van de cirkel is goed te benaderen met de oppervlakte van de rechthoek. De oppervlakte van de rechthoek is $AB \times BC$. En omdat $BC \approx \text{straal}$, geldt: *oppervlakte cirkel* = $\pi \times \text{straal} \times \text{straal}$
- 24a** *oppervlakte* = $\pi \times 8^2 \approx 201 \text{ cm}^2$
- b** De straal is $26 : 2 = 13 \text{ cm}$, dus
oppervlakte = $\pi \times 13^2 \approx 531 \text{ cm}^2$
- 25a** De straal van het blauwe deel van klok 1 is $60 : 2 = 30 \text{ cm}$.
De oppervlakte ervan is $\pi \times 30^2 \approx 2827,4 \text{ cm}^2$.
- b** De oppervlakte van de gele stukken van klok 1 is
 $60 \times 60 - \pi \times 30^2 \approx 3600 - 2827 \approx 773 \text{ cm}^2$.
Het met een laagje email bedekken gaat in totaal $0,16 \times 773 \approx 124$ euro kosten.
- c** De oppervlakte van de kleine cirkel is $\pi \times 2^2 \approx 12,57 \text{ dm}^2$.
- d** De oppervlakte van de grote buitenste cirkel is $\pi \times 3^2 \approx 28,27 \text{ dm}^2$.
De oppervlakte van de blauwe rand is $28,27 - 12,57 = 15,7 \text{ dm}^2$.
- 26a** De omtrek van de twee halve binnencirkels samen is $31,83 \times 2 \times \pi \approx 200$ meter.
Eén rondje langs de binnenkant van de baan is $200 + 200 = 400$ meter.
- b** De straal van de twee halve buitencirkels is $31,83 + 10 = 41,83$ meter.
De oppervlakte van de twee halve bochten samen is
 $\pi \times 41,83^2 - \pi \times 31,83^2 \approx 5497 - 3183 = 2314 \text{ m}^2$.
De oppervlakte van de twee rechte stukken samen is $2 \times 10 \times 100 = 2000 \text{ m}^2$.
Voor de baan is dus $2314 + 2000 = 4314 \text{ m}^2$ kunststof nodig.
- 27a** Vul bij $A = \pi \times r^2$ voor A de waarde 54 in.
 $\pi \times r^2 = 54$ geeft $r^2 = 54 : \pi \approx 17,19$ en daaruit volgt dan $r = \sqrt{17,19} \approx 4,15 \text{ dm}$.
- b** $\pi \times r^2 = 317$ geeft $r^2 = 317 : \pi \approx 100,90$ en daaruit volgt dan $r = \sqrt{100,9} \approx 10,045 \text{ dm}$,
dus de diameter van deze cirkel is ongeveer 20,09 dm.
- c** De diameter van die cirkel is $46 : \pi \approx 14,64 \text{ dm}$ en de straal is dan ongeveer 7,32 dm.
De oppervlakte van die cirkel is dus $\pi \times 7,32 \dots^2 \approx 168,39 \text{ dm}^2$.

- 28** Het blik bestaat uit drie delen: de bovenkant, de onderkant en de zijwand.
 De bovenkant is een cirkel met diameter 9,9 cm, dus met straal $9,9 : 2 = 4,95$ cm.
 De oppervlakte van de bovenkant is $A = \pi \times 4,95^2 \approx 76,98$ cm².
 De onderkant heeft ook oppervlakte 76,98 cm².
 Als je de zijwand valk maakt is het een rechthoek. De breedte van die rechthoek is 11,6 cm, de lengte is gelijk aan de omtrek van het blik, dus $\pi \times 9,9 \approx 31,10$ cm.
 De oppervlakte van de zijwand is $11,6 \times 31,10 \approx 360,76$ cm².
 Men heeft $2 \times 76,98 + 360,76 \approx 514,7$ cm² metaal nodig om dit blik te maken.
- 29a** De oppervlakte is $\pi \times 8^2 \approx 201,06$ cm².
- b** De straal wordt dan $8 \times 6 = 48$ en de oppervlakte $\pi \times 48^2 \approx 7238,23$.
 De oppervlakte is dan $7238,23 : 201,06 = 36$ keer zo groot.
- c** De oppervlakte van de cirkel is $A = \pi r^2$ cm².
 Voor de nieuwe cirkel geldt $A = \pi \times (3 \times r)^2$, oftewel $A = \pi \times 3 \times r \times 3 \times r$.
 Anders geschreven is dit $A = 3 \times 3 \times \pi \times r \times r$ oftewel $A = 9 \times \pi r^2$.
 En dat is dus 9 keer zo veel als $A = \pi r^2$.

11-5 Gemengde opdrachten

- 30a** De oppervlakte van de vergroting van de driehoek is $(6\frac{1}{2})^2 \times 12 = 507$ cm².
- b** De oppervlakte van de driehoek is met $300 : 12 = 25$ vermenigvuldigd.
 De afmetingen van de driehoek zijn dan met $\sqrt{25} = 5$ vermenigvuldigd.
 $\triangle ABC$ is dus met factor 5 vergroot.
- 31a** De diameter van de vijver is $350 : \pi \approx 111,4$ m, dus de straal is ongeveer 55,7 m.
 De oppervlakte is zonder tussentijds af te ronden $\pi \times 55,704\dots^2 \approx 9748$ m².
- b** Er worden $9748 : 7 \approx 1393$ karpers uitgezet.
- 32a** De omtrek is $\pi \times 21 \approx 65,97$ cm.
- b** Het touw ligt in een cirkel met diameter 21 cm + 200 cm = 221 cm.
 De omtrek van deze cirkel is $\pi \times 221 \approx 694,29$ cm.
 Er is $694,29 - 65,97 = 628,31$ cm $\approx 6,28$ m touw extra nodig.
- c** De omtrek van de aarde is $\pi \times 12\,600\,000 \approx 39\,584\,067,44$ m.
 Het touw ligt in een cirkel met diameter $12\,600\,000 + 2 = 12\,600\,002$ m.
 De omtrek van deze cirkel is $\pi \times 12\,600\,002 \approx 39\,584\,073,72$ m.
 Er is $39\,584\,073,72 - 38\,584\,067,44 = 6,28$ m touw extra nodig.

- 33a** *basis* $AB \times$ *hoogte* $BD =$ *oppervlakte* $ABCD$
 $15 \times$ *hoogte* $BD = 75$
hoogte $BD = 75 : 15 = 5$ cm



| zijde | kwadraat |
|--------------|----------|
| $AB = 15$ | 225 |
| $BD = 5$ | 25 + |
| $AD = \dots$ | 250 |

De lengte van AD is $\sqrt{250} \approx 15,8$ cm.

- b** Een ruit is een bijzonder parallellogram, namelijk met allemaal even lange zijden.

- c** De oppervlakte van $VWXY$ is 25 cm^2 en de basis is 5 cm. Dan moet de hoogte er loodrecht op ook 5 cm zijn en dat is even lang als de andere zijde van $VWXY$. Dat kan alleen als $VWXY$ een vierkant is.
- 34a** Als je $\triangle ABF$ met factor 2 vermenigvuldigd, krijg je $\triangle ACG$. De oppervlakte van driehoek ACG is dan $2^2 = 4$ keer zo groot als de oppervlakte van driehoek ABF , dus $4 \times 0,2 = 0,8 \text{ m}^2$.
- b** Als je $\triangle ABF$ met factor 3 vermenigvuldigd, krijg je $\triangle ADH$. De oppervlakte van $\triangle ADH$ is dan $3^2 = 9$ keer zo groot als de oppervlakte van $\triangle ABF$, dus $9 \times 0,2 = 1,8 \text{ m}^2$.
Als je $\triangle ABF$ met factor 4 vermenigvuldigd, krijg je $\triangle AEI$. De oppervlakte van $\triangle AEI$ is dan $4^2 = 16$ keer zo groot als de oppervlakte van $\triangle ABF$, dus $16 \times 0,2 = 3,2 \text{ m}^2$.
De oppervlakte van $DEIH$ is dan $3,2 - 1,8 = 1,4 \text{ m}^2$.
- c** De oppervlakte van bijvoorbeeld $\triangle AEI$ is $3,2 \text{ m}^2$. De oppervlakte van de vier zijvlakken samen is $4 \times 3,2 = 12,8 \text{ m}^2$.
Freddy heeft drie blikken verf nodig, want aan twee blikken verf heeft hij niet genoeg.
- 35a** De lengte van het stuk papier is gelijk aan de omtrek van de cilinder. Dus als $p = 20$, dan is de omtrek gelijk aan 20, dus is de diameter gelijk aan $20 : \pi \approx 6,37 \text{ cm}$.
- b** De omtrek van de cilinder is $\pi \times 3 \approx 9,42 \text{ cm}$, dus $p \approx 9,42 \text{ cm}$.
- c** De omtrek van de grondcirkel is gelijk aan de lengte van de halve cirkel van het stuk papier waarvan de kegel gemaakt is.
De omtrek van een cirkel met straal 9 is $\pi \times 2 \times 9 = 18 \times \pi$, dus de lengte van de halve cirkel is $18 \times \pi : 2 \approx 28,27 \text{ cm}$. De omtrek van de grondcirkel is ongeveer 28,27 cm.
- d** De diameter van de grondcirkel is $28,27 : \pi = 9$, dus de straal is 4,5 cm.
- e** De omtrek van de grondcirkel is de helft van die van een cirkel met straal r , dus de omtrek van de grondcirkel is $\pi \times 2r : 2 = \pi \times r$.
De diameter van de grondcirkel is $\pi \times r : \pi = r$, dus de straal is $\frac{1}{2}r$.
- 36** Schaal 1 : 25 betekent dat de hoogte van een gebouw in Madurodam in werkelijkheid 25 keer zo groot is, dus je moet met de factor 25 vermenigvuldigen.
- b** De oppervlakte van het echte voetbalveld is $11,7 \times 25^2 = 7312,5 \text{ m}^2$.
- c** De oppervlakte zou $2364 : 25^2 = 3,7824 \text{ km}^2$ zijn. Dat lijkt niet in Madurodam te passen, want dan zou dat al ongeveer 2 km bij 2 km groot zijn.
- 37a** In werkelijkheid is de straal van de aarde $320000000 \times 2 = 640000000 \text{ cm}$ ofwel 6400 km. De diameter is $6400 \times 2 = 12800 \text{ km}$.
De omtrek van de aarde is $\pi \times 12800 \approx 40000 \text{ km}$.
- b** De oppervlakte van de cirkel is $\pi \times 2^2 = 4\pi \approx 12,57 \text{ cm}^2$.
- c** De oppervlakte van de vergroting is $216 : 24 = 9$ keer zo groot als de oppervlakte van de foto in het boek.
De oppervlakte van de cirkel op haar vergroting is dus $9 \times \pi \times 2^2 \approx 113 \text{ cm}^2$.

Test jezelf

T-1a

| <i>zijde</i> | <i>kwadraat</i> |
|--------------|-----------------------|
| $AD = 10$ | 100 |
| $BD = \dots$ | $\frac{525 +}{\quad}$ |
| $AB = 25$ | 625 |

$$BD = \sqrt{525} \approx 22,91$$

$$\text{oppervlakte } \triangle ABC = (10 + 10) \times \sqrt{525} : 2 \approx 229,13$$

| <i>zijde</i> | <i>kwadraat</i> |
|--------------|-----------------------|
| $EG = 18$ | 324 |
| $FG = \dots$ | $\frac{765 +}{\quad}$ |
| $EF = 33$ | 1089 |

$$FG = \sqrt{765}$$

$$\text{oppervlakte } \triangle DEF = 27 \times \sqrt{765} : 2 \approx 373,39$$

| <i>zijde</i> | <i>kwadraat</i> |
|--------------|------------------------|
| $KL = 40$ | 1600 |
| $KM = \dots$ | $\frac{1536 +}{\quad}$ |
| $LM = 56$ | 3136 |

$$KM = \sqrt{1536}$$

$$\text{oppervlakte } \triangle KLM = 40 \times \sqrt{1536} : 2 \approx 783,84$$

- b** Voor de driehoek geldt $8 \times \text{hoogte} : 2 = 20$ oftewel $4 \times \text{hoogte} = 20$, dus de hoogte is 5 cm.
- c** Dan moet gelden dat $48 \times \text{hoogte} : 2 = 20$ oftewel $24 \times \text{hoogte} = 20$, dus de hoogte wordt $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$ cm.
- d** Voor die driehoek geldt $8 \times \text{hoogte} : 2 = 180$ oftewel $4 \times \text{hoogte} = 180$, dus de hoogte is 45 cm.

T-2a $\text{oppervlakte } ABCD = (15 + 10) \times 20 = 500$

$$\text{oppervlakte } PQRS = 16 \times 32 = 512$$

| <i>zijde</i> | <i>kwadraat</i> |
|--------------|-----------------------|
| $WZ = 20$ | 400 |
| $XZ = 21$ | $\frac{441 +}{\quad}$ |
| $XW = 29$ | 841 |

$$\text{hoogte } XZ = \sqrt{441} = 21$$

$$\text{oppervlakte } VWXY = 29 \times 21 = 609$$

b $\text{basis } AB \times \text{hoogte } CF = \text{oppervlakte } ABCD$

$$25 \times \text{hoogte } CF = 500$$

$$\text{hoogte } CF = 500 : 25 = 20$$

Je had ook kunnen redeneren dat AD en AB even groot zijn en dat de bijbehorende hoogten CE en CF dan ook even groot moeten zijn, dus $CF = CE = 20$.

| zijde | kwadraat |
|-----------|---------------|
| $TP = 24$ | 576 |
| $ST = 32$ | <u>1024</u> + |
| $PS = 40$ | 1600 |

$$PS = \sqrt{1600} = 40$$

$$\text{basis } PS \times \text{hoogte } RU = \text{oppervlakte } PQRS$$

$$40 \times \text{hoogte } RU = 512$$

$$\text{hoogte } RU = 512 : 40 = 12,8$$

T-3a De omtrek van de cirkel is $12 \times \pi \approx 37,7$ cm.

b De diameter is $2 \times 5,3 = 10,6$ cm.

De omtrek van de cirkel is $10,6 \times \pi \approx 33,3$ cm.

c De diameter van de cirkel is $24,7 : \pi \approx 7,86$ cm, dus de straal van de cirkel is ongeveer 3,93 cm.

T-4a De oppervlakte van figuur 1 is $\pi \times 8,5^2 \approx 226,98$ cm².

Figuur 2 is het verschil tussen een cirkel met straal 6 cm en een cirkel met straal 4 cm.

De oppervlakte van figuur 2 is $\pi \times 6^2 - \pi \times 4^2 \approx 62,83$ cm².

De oppervlakte van figuur 3 bereken je door van de oppervlakte van een vierkant met zijde $4 + 5 + 4 = 13$ cm de oppervlakte van vier kwart cirkels met straal 4 cm af te trekken.

De oppervlakte van figuur 3 is $(4 + 5 + 4)^2 - \pi \times 4^2 \approx 118,73$ cm².

b De diameter van de cirkel is $30 \pi \approx 9,55$ cm en de straal 4,77 cm.

De oppervlakte is $\pi \times 4,77^2 \approx 71,6$ cm².

c De diameter van de cirkel is $56 : \pi \approx 17,83$ cm en de straal 8,91 cm.

De oppervlakte is $\pi \times 8,91^2 \approx 249,6$ cm².

T-5a De omtrek van een munt van 50 cent is $24 \times \pi \approx 75,4$ mm.

b De oppervlakte is $\pi \times 12^2 \approx 452,4$ mm² = 4,524 cm².

c De diameter van de getekende cirkel is $3 \times 24 = 72$ mm, dus de omtrek van de getekende cirkel is $72 \times \pi \approx 226,2$ mm.

d De oppervlakte van de zeven munten samen is $7 \times \pi \times 12^2 = 1008 \times \pi$ mm² ($\approx 3166,7$ mm²).

De oppervlakte van de grote cirkel is $\pi \times 36^2 = 1296 \times \pi$ mm² ($\approx 4071,5$ mm²).

Er wordt dus $\frac{1008 \times \pi}{1296 \times \pi} = \frac{1008}{1296} = \frac{7}{9}$ deel van de getekende cirkel door de zeven munten bedekt.

e De diameter van de grote cirkel is 3 keer die van een munt. De oppervlakte van de grote cirkel is dus 3² keer zo groot als de oppervlakte van één munt.

Er passen 7 munten in de grote cirkel met een totale oppervlakte van 7 keer de oppervlakte van één munt.

Welke soort munt je ook neemt, de 7 munten bedekken altijd $\frac{7}{9}$ deel van de cirkel.

- T-6a** De lengte van het voetbalveld is 9 mm en de breedte is 7 mm.
- b** De oppervlakte van het voetbalveld op het kaartje is $9 \times 7 = 63 \text{ mm}^2$.
- c** Zowel de lengte als de breedte van het echte voetbalveld zijn 10 000 keer zo groot, dus de oppervlakte is $10\,000^2 = 100\,000\,000$ keer zo groot. Guido heeft gelijk.
- d** Op het kaartje zou de omtrek van de middencirkel $57,5 : 10\,000 = 0,00575$ meter oftewel 0,575 cm of 5,75 mm moeten zijn.
De oppervlakte van de middencirkel zou dan $263 : 10\,000^2 = 0,000\,002\,63 \text{ m}^2$ oftewel $0,0263 \text{ cm}^2$ of $2,63 \text{ mm}^2$ moeten zijn.