Hoofdstuk 2 - Wortels

Voorkennis

V-1

zijde vierkant in cm	1	2	3	4	5	6
oppervlakte vierkant in cm^2	1	4	9	16	25	36

V-2

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$	$20^2 = 400$

V-3a $4 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$
b $12^2 - 7^2 = 144 - 49 = 95$
c $5 \times (2^2 - 1^2) = 5 \times (4 - 1) = 5 \times 3 = 15$
d $92 - 2 \times 6^2 = 92 - 2 \times 36 = 92 - 72 = 20$
e $8 + 5^2 \times 8 = 8 + 25 \times 8 = 8 + 200 = 208$
f $3 \times 4^2 - 4 \times 3^2 = 3 \times 16 - 4 \times 9 = 48 - 36 = 12$
g $(-4)^2 = 16$
h $-13^2 = -169$
i $-6^2 + (-6)^2 = -36 + 36 = 0$

V-4 De manieren a, b en c geven $-5^2 = -25$ en dat is niet goed.
Manier d geeft $(-5)^2 = 25$ en dat is goed.

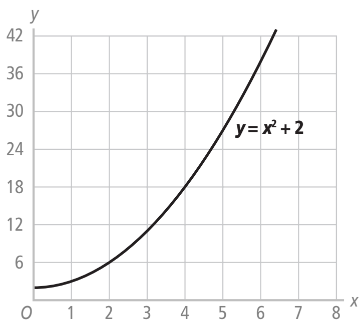
V-5a $(-6)^2 = 36$
b $(\frac{3}{5})^2 = \frac{9}{25} = 0{,}360$
c $-11^2 = -121$
d $(-\frac{4}{9})^2 = \frac{16}{81} \approx 0{,}198$
e $-4{,}8^2 = -23{,}04$
f $-(-\frac{6}{7})^2 = -\frac{36}{49} \approx -0{,}735$

V-6a $3 \times (-5)^2 = 3 \times 25 = 75$
b $(1{,}3 - 1{,}4)^2 = (-0{,}1)^2 = 0{,}01$
c $2 \times (-2{,}5)^2 - 3^2 = 2 \times 6{,}25 - 9 = 12{,}5 - 9 = 3{,}5$
d $-16 \times (\frac{1}{8})^2 = -16 \times \frac{1}{64} = -\frac{16}{64} = -\frac{1}{4}$

V-7a

x	0	1	2	3	4	5	6
y	2	3	6	11	18	27	38

b



c De grafiek is geen rechte lijn.

V-8a Voor punten op de verticale as geldt $t = 0$. Dit invullen in de gegeven formule geeft $a = (0+1)^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$. De grafiek snijdt de verticale as in het punt (0, 5).

b Invullen van $t = 8$ geeft $a = (8+1)^2 + 4 = 9^2 + 4 = 81 + 4 = 85$. Ricardo heeft gelijk.

c $a = (13+1)^2 + 4 = 14^2 + 4 = 196 + 4 = 200$

V-9a	$c = 10a$	**g**	$y = 3n^2$	**m**	$g = 6h^2$
b	kan niet	**h**	$l = 20j^2$	**n**	kan niet
c	$s = -12g + 3h$	**i**	$z = -12v^2$	**o**	$r = 4d^2$
d	kan niet	**j**	$m = 56c^2$	**p**	$w = -10a + 7a^2 + 6$
e	$y = 9x + 4$	**k**	$k = t^2$	**q**	$b = -6a^2$
f	$a = 3q + 5p - 6$	**l**	$a = -24b^2$	**r**	$s = 24k^2$

2-1 Wortels

1a De oppervlakte van vierkant 1 is $6 \times 6 = 36$ cm^2.
De oppervlakte van vierkant 2 is $9 \times 9 = 81$ cm^2.

b Je berekent de oppervlakte van een vierkant door de lengte van een zijde met zichzelf te vermenigvuldigen.

c Van een vierkant met zijden van 5 cm is de oppervlakte $5 \times 5 = 25$ cm^2.

d De zijden van dat vierkant zijn 7 cm, want de oppervlakte is dan $7 \times 7 = 49$ cm^2.

e De zijden van dat vierkant zijn 13 cm, want de oppervlakte is dan $13 \times 13 = 169$ cm^2.

2 $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{36} = 6$ en $\sqrt{81} = 9$

3a Van een vierkante tegel met een oppervlakte van 121 cm^2 zijn de zijden 11 cm.

b Van zo'n tegel met een oppervlakte van 196 cm^2 zijn de zijden 14 cm.

c Bij een tegel met zijden van 3 cm is de oppervlakte 9 cm^2 en bij een tegel met zijden van 4 cm is de oppervlakte 16 cm^2. Voor een tegel met een oppervlakte van 10 cm^2 moet de lengte van de zijden ergens tussen de 3 cm en de 4 cm liggen.

4a De oppervlakte van het vierkant met hoekpunten (0, 0), (4, 0), (4, 4) en (0, 4) is $4 \times 4 = 16$ cm^2. De oppervlakte van de driehoek met hoekpunten (0, 0), (1, 0) en (0, 3) is $1 \times 3 : 2 = 1{,}5$ cm^2.
De oppervlakte van het getekende vierkant is $16 - 4 \times 1{,}5 = 16 - 6 = 10$ cm^2.

b Bij een vierkant met zijden van 3 cm is de oppervlakte 9 cm^2 en bij een vierkant met zijden van 4 cm is de oppervlakte 16 cm^2.

c De lengte van de zijden van het vierkant zijn ongeveer 3,2 cm.

d Bij zijden van 3,2 cm is de oppervlakte $3{,}2 \times 3{,}2 = 10{,}24$ cm^2. Bij zijden van 3,16 cm is de oppervlakte 9,9856 cm^2. Het antwoord van Yoeri is nauwkeuriger, want dat zit dichter bij 10 cm^2.

e Bij zijden van 3,162 cm is de oppervlakte $3{,}162 \times 3{,}162 = 9{,}998\,244$ cm^2.

f Nog nauwkeuriger antwoorden zijn 3,1623 of 3,16228 of 3,162278 of $\sqrt{10}$ intoetsen.

5a $\sqrt{289}=17$, $\sqrt{6,25}=2,25$ en $\sqrt{0,09}=0,3$
b $\sqrt{200}\approx 14,14$
c $14,14^2 = 199,9396$
d Je hebt $\sqrt{200}$ afgerond tot 14,14 en het was niet precies 14,14.

6a De zijden van dit vierkant zijn $\sqrt{2}$ cm lang. In twee decimalen is dat 1,41 cm.
b De oppervlakte van het vierkant is $\sqrt{23}\times\sqrt{23} = 23$ cm^2. Als je de wortel van een getal met zichzelf vermenigvuldigt, dan komt er dat getal weer uit.
c $(\sqrt{92})^2 = 92$ en $(\sqrt{\frac{12}{13}})^2 = \frac{12}{13}$
d De oppervlakte van het vierkant is $(\sqrt{a})^2$ cm^2 en dat is a cm^2.

7a $-\sqrt{31}\approx -5,57$
b $\sqrt{49}=7$ omdat $7^2 = 49$
c $\sqrt{4}=2$ omdat $2^2 = 4$
d Ze heeft geen gelijk want $(-7)^2 = 49$ en geen –49.
e De rekenmachine zal error geven, want de wortel van een negatief getal bestaat niet.

8a $-\sqrt{26}\approx -5,1$
b $\sqrt{-1}$ bestaat niet
c $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$
d $\sqrt{6,25}=2,5$
e $-\sqrt{81}=-9$
f $-\sqrt{(-8)^2}=-\sqrt{64}=-8$

2-2 Rekenen met wortels

9a De exacte lengte van de zijden van het gekleurde vierkantje is $\sqrt{5}$ cm.
b De omtrek van dit vierkantje is $4\times\sqrt{5}\approx 8,94$ cm.
c De lengte van *AD* is twee keer zo lang als de zijden van het gekleurde vierkantje.
d De lengte van *AB* is $3\times\sqrt{5}$ cm.
e De omtrek van *ABCD* is $10\times\sqrt{5}$ cm.

10a $2\sqrt{7}+2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$
b $3\sqrt{11}+4\sqrt{11}=7\sqrt{11}$
c $7\sqrt{6}-5\sqrt{5}+3\sqrt{6}=10\sqrt{6}-5\sqrt{5}$
d $-2\sqrt{2}+6\sqrt{2}-8\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$
e $4\sqrt{5}-7\sqrt{3}+2\sqrt{5}-3\sqrt{7}=6\sqrt{5}-7\sqrt{3}-3\sqrt{7}$
f $6\sqrt{3}-3\sqrt{3}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

11a $u=4\sqrt{w}+3a$
b $b=11\sqrt{a}-5$
c $d=2\sqrt{c}$
d $z=3\sqrt{x}+4\sqrt{y}$

12a $\sqrt{10}\times\sqrt{10}=10$ en $(\sqrt{5})^2=5$
b $(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2$
c $(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2=2\times 3=6$
d Het kwadraat van $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ is gelijk aan 6, dus $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ is gelijk aan $\sqrt{6}$.

13a $\sqrt{7}\times\sqrt{5}=\sqrt{35}$

b $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

c Neem bijvoorbeeld $a=9$ en $b=16$. Dan is $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$ en $\sqrt{a+b}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ en dat is niet hetzelfde.

14a $\sqrt{5}\times\sqrt{3}=\sqrt{15}$

b $2\sqrt{5}\times\sqrt{3}=2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}=2\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}$

c In $2\sqrt{5}\times4\sqrt{3}$ moet je één keer meer met vier vermenigvuldigen dan in $2\sqrt{5}\times\sqrt{3}$.

d $2\sqrt{5}\times4\sqrt{3}=2\times\sqrt{5}\times4\times\sqrt{3}=2\times4\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}=8\times\sqrt{15}=8\sqrt{15}$

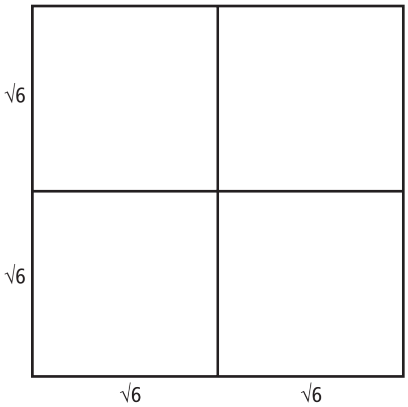
15a De lengte van één kleine rechthoek is $\sqrt{3}$ en er liggen vier kleine rechthoeken naast elkaar, dus de lengte van de grote rechthoek is $4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

b De breedte van de grote rechthoek is $2\times\sqrt{7}=2\sqrt{7}$.

c De oppervlakte van een kleine rechthoek is $\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{21}$.

d De oppervlakte van de grote rechthoek is lengte keer breedte is $4\sqrt{3}\times2\sqrt{7}$.
In de grote rechthoek passen acht kleine rechthoeken die ieder een oppervlakte van $\sqrt{21}$ hebben. De oppervlakte van de grote rechthoek is gelijk aan $8\times\sqrt{21}=8\sqrt{21}$.
Beide oppervlakten zijn gelijk, dus $4\sqrt{3}\times2\sqrt{7}=8\sqrt{21}$

e



De zijden van het grote vierkant zijn $2\sqrt{6}$ lang en de oppervlakte van het grote vierkant is $(2\sqrt{6})^2$.
Het grote vierkant bestaat in de lengte uit twee kleine vierkanten en in de breedte uit twee kleine vierkanten, ieder met een oppervlakte van $(\sqrt{6})^2$, dus de oppervlakte van het grote vierkant is $2\times2\times(\sqrt{6})^2=2^2\times(\sqrt{6})^2$.
De oppervlakte van een klein vierkant is $(\sqrt{6})^2=6$. Er passen vier kleine vierkanten in het grote vierkant, dus de oppervlakte van het grote vierkant is $4\times6=24$.

16a $\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$

b $\sqrt{6}\times\sqrt{6}=6$

c $2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=2\times3=6$

d $(3\sqrt{6})^2=3\sqrt{6}\times3\sqrt{6}=3\times3\times\sqrt{6}\times\sqrt{6}=9\times6=54$

e $2\sqrt{5}\times5\sqrt{3}=2\times5\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}=10\times\sqrt{15}=10\sqrt{15}$

f $3\sqrt{2}\times4\sqrt{50}=3\times4\times\sqrt{2}\times\sqrt{50}=12\times\sqrt{100}=12\times10=120$

g $7\sqrt{111}\times2\sqrt{111}=7\times2\times\sqrt{111}\times\sqrt{111}=14\times111=1554$

h $(2\sqrt{65})^2=2\sqrt{65}\times2\sqrt{65}=2\times2\times\sqrt{65}\times\sqrt{65}=4\times65=260$

i $\sqrt{3}\times\sqrt{5}+4\sqrt{15}=\sqrt{15}+4\sqrt{15}=5\sqrt{15}$

j $(3\sqrt{7})^2-(7\sqrt{3})^2=3\sqrt{7}\times3\sqrt{7}-7\sqrt{3}\times7\sqrt{3}=9\times7-49\times3=63-147=-84$

k $-15\sqrt{10}-2\sqrt{5}\times6\sqrt{2}=-15\sqrt{10}-2\times6\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}=-15\sqrt{10}-12\sqrt{10}=-27\sqrt{10}$

l $(-5\sqrt{3})^2=-5\sqrt{3}\times-5\sqrt{3}=-5\times-5\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=25\times3=75$

17a $k=\sqrt{6\times a}$
$k=\sqrt{6a}$

b $g=3\times4\times\sqrt{r}\times\sqrt{r}$
$g=12r$

c $p=6\sqrt{2q}-5\sqrt{2q}$
$p=\sqrt{2q}$

d $v=u\times u\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}-2w$
$v=u^2\sqrt{6}-2w$

e $h=3\sqrt{a}-\sqrt{a}+a\sqrt{2}$
$h=2\sqrt{a}+a\sqrt{2}$

f $b=3\times a\times\sqrt{a}\times\sqrt{a}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}$
$b=6a^2$

2-3 Wortels vereenvoudigen

18a De berekening van Erkan geeft $2\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=2\times3\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=6\sqrt{6}$ en dat klopt.
De berekening van Sonja geeft $2\sqrt{2}\times2\sqrt{5}=2\times2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}=4\sqrt{10}$ en dat klopt.

b $6\sqrt{6}=6\times\sqrt{6}=\sqrt{36}\times\sqrt{6}=\sqrt{36\times6}=\sqrt{216}$

c $4\sqrt{10}=4\times\sqrt{10}=\sqrt{16}\times\sqrt{10}=\sqrt{16\times10}=\sqrt{160}$

d Er geldt dat $6\sqrt{6}$ groter is dan $4\sqrt{10}$, want $\sqrt{216}$ is groter dan $\sqrt{160}$.

19a $7\sqrt{6}=7\times\sqrt{6}=\sqrt{49}\times\sqrt{6}=\sqrt{294}$

b $2\sqrt{5}=2\times\sqrt{5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=\sqrt{20}$

c $3\sqrt{7}=3\times\sqrt{7}=\sqrt{9}\times\sqrt{7}=\sqrt{63}$

d $2\sqrt{11}=2\times\sqrt{11}=\sqrt{4}\times\sqrt{11}=\sqrt{44}$

e $4\sqrt{3}=4\times\sqrt{3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=\sqrt{48}$

f $6\sqrt{2}=6\times\sqrt{2}=\sqrt{36}\times\sqrt{2}=\sqrt{72}$

Van klein naar groot krijg je $\sqrt{20}$, $\sqrt{44}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{63}$, $\sqrt{72}$ en $\sqrt{294}$ en dat geeft van klein naar groot $2\sqrt{5}$, $2\sqrt{11}$, $4\sqrt{3}$, $3\sqrt{7}$, $6\sqrt{2}$ en $7\sqrt{6}$.

20a $2\sqrt{2}\times5\sqrt{3}=10\times\sqrt{6}=\sqrt{100}\times\sqrt{6}=\sqrt{600}$ en
$2\sqrt{5}\times3\sqrt{2}=6\times\sqrt{10}=\sqrt{36}\times\sqrt{10}=\sqrt{360}$, dus $2\sqrt{2}\times5\sqrt{3}$ is het grootst.

b $(2\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}=2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2\times2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=4\times\sqrt{12}=\sqrt{16}\times\sqrt{12}=\sqrt{192}$ en
$(\sqrt{5})^2\times\sqrt{2}=5\times\sqrt{2}=\sqrt{25}\times\sqrt{2}=\sqrt{50}$, dus $(2\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}$ is het grootst.

c $2\sqrt{3}\times\sqrt{6}=2\times\sqrt{18}=\sqrt{4}\times\sqrt{18}=\sqrt{72}$ en $3\sqrt{7}=3\times\sqrt{7}=\sqrt{9}\times\sqrt{7}=\sqrt{63}$, dus $2\sqrt{3}\times\sqrt{6}$ is het grootst.

d $(-\sqrt{3})^2\times2\sqrt{7}=-\sqrt{3}\times-\sqrt{3}\times2\times\sqrt{7}=3\times2\times\sqrt{7}=6\times\sqrt{7}=\sqrt{36}\times\sqrt{7}=\sqrt{252}$ en
$-3\sqrt{5}\times-2=6\times\sqrt{5}=\sqrt{36}\times\sqrt{5}=\sqrt{180}$, dus $(-\sqrt{3})^2\times2\sqrt{7}$ is het grootst.

21 De oppervlakte van de rechthoek is $4\sqrt{3} = 4 \times \sqrt{3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = \sqrt{48}$.
De breedte van de rechthoek is $2\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \sqrt{8}$.
De lengte van de rechthoek moet dan $\sqrt{6}$ zijn, want $\sqrt{6} \times \sqrt{8} = \sqrt{48}$.

22a Omdat $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$ geldt $\sqrt{18} = \sqrt{9} \times \sqrt{2}$ oftewel $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.
b $\sqrt{48}$ kun je eenvoudiger schrijven, want $48 = 4^2 \times 3$, dus $\sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
c $\sqrt{75}$ kun je eenvoudiger schrijven, want $75 = 5^2 \times 3$, dus $\sqrt{75} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

23 $\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3}$ en $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$

24a $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$
b $\sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = 3\sqrt{7}$
c $\sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$
d $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$
e $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$
f $\sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = 5\sqrt{5}$

25a Beide antwoorden kun je nog verder vereenvoudigen.
b Het juiste antwoord is $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$.

26a $\sqrt{10} \times \sqrt{5} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$
b $\sqrt{3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$
c $\sqrt{32} \times \sqrt{18} = \sqrt{576} = 24$
d $\sqrt{15} \times \sqrt{6} = \sqrt{90} = \sqrt{9 \times 10} = 3\sqrt{10}$
e $2\sqrt{10} \times 3\sqrt{2} = 6 \times \sqrt{20} = 6 \times \sqrt{4 \times 5} = 6 \times 2 \times \sqrt{5} = 12\sqrt{5}$
f $2\sqrt{14} \times \sqrt{21} = 2 \times \sqrt{294} = 2 \times \sqrt{49 \times 6} = 2 \times 7 \times \sqrt{6} = 14\sqrt{6}$

27 De oppervlakte van figuur a klopt, want
$2\sqrt{6} \times \sqrt{30} = 2 \times \sqrt{180} = 2 \times \sqrt{36 \times 5} = 2 \times 6 \times \sqrt{5} = 12\sqrt{5}$.
De oppervlakte van figuur b klopt ook want
$\sqrt{24} \times \sqrt{3} + \sqrt{5} \times \sqrt{10} = \sqrt{72} + \sqrt{50} = \sqrt{36 \times 2} + \sqrt{25 \times 2} = 6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$.

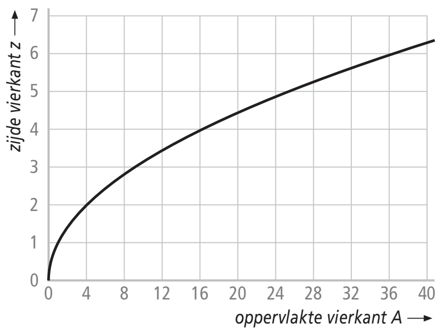
28a $\sqrt{24} + \sqrt{96} = \sqrt{4 \times 6} + \sqrt{16 \times 6} = 2\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$
b $\sqrt{125} - \sqrt{45} = \sqrt{25 \times 5} - \sqrt{9 \times 5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$
c $4\sqrt{3} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3} - \sqrt{25 \times 3} = 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}$
d $\sqrt{32} + \sqrt{27} - \sqrt{8} = \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{9 \times 3} - \sqrt{4 \times 2} = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$
e $-2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} + 4\sqrt{6} = -6\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = -2\sqrt{6}$
f $\sqrt{4 \times 131} + \sqrt{25 \times 131} = 2\sqrt{131} + 5\sqrt{131} = 7\sqrt{131}$

2-4 Wortelformules

29a

oppervlakte vierkant A	0	1	4	9	16	25	36
zijde vierkant z	0	1	2	3	4	5	6

b



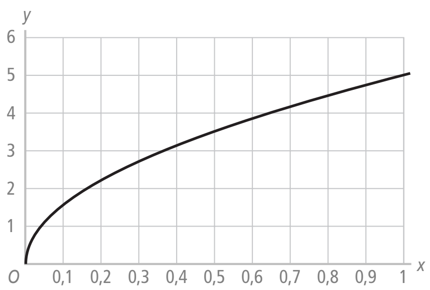
c Voor iedere waarde van A kun je de waarde van z vinden door de wortel uit A te nemen.

d Je kunt voor A alleen getallen groter of gelijk aan 0 invullen omdat er geen negatieve oppervlakte bestaat.

30a Links van de verticale as bestaat de grafiek niet omdat de wortel uit een negatief getal niet bestaat.

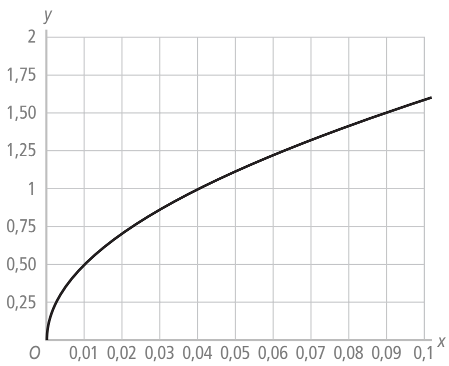
b

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
y	0	1,58	2,24	2,74	3,16	3,54	3,87	4,18	4,47	4,74	5

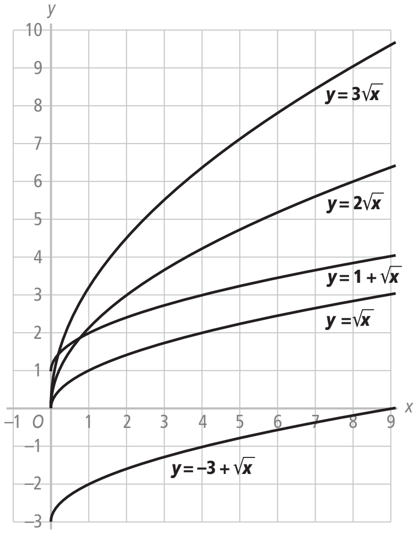


c

x	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
y	0	0,5	0,71	0,87	1	1,12	1,22	1,32	1,41	1,5	1,58



31a



b De grafiek van $y = 1 + \sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek één hokje naar boven te verschuiven.

c De grafiek van $y = -3 + \sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek drie hokjes naar beneden te verschuiven.

d Zie de tekening hierboven.

e De grafiek van $y = 2\sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door alle uitkomsten van deze grafiek twee keer zo ver van de horizontale as af te tekenen.

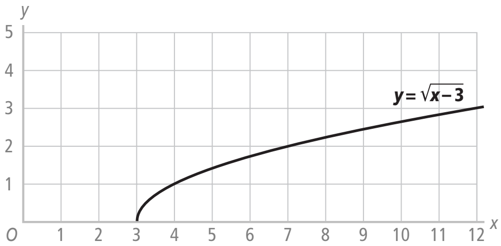
f De grafiek van $y = 3\sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door alle uitkomsten van deze grafiek drie keer zo ver van de horizontale as af te tekenen.

32a Invullen van $x = 2$ geeft $y = \sqrt{2-3} = \sqrt{-1}$ en de wortel uit een negatief getal bestaat niet.

b Het kleinste getal dat ze kan invullen is $x = 3$, want invullen van $x = 3$ geeft $y = \sqrt{3-3} = \sqrt{0} = 0$

c

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	0	1	1,41	1,73	2	2,24	2,45	2,65	2,83	3



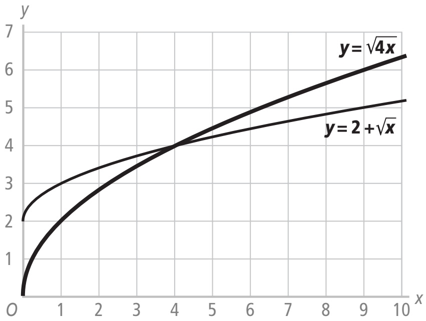
d De grafiek begint in het punt (3, 0).

e De grafiek van $y = \sqrt{x-3}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek drie hokjes naar rechts te verschuiven.

33a Bij formule A zijn er uitkomsten als $x \geq 1$,
bij formule B zijn er uitkomsten als $x \geq -2$,
bij formule C zijn er uitkomsten als $x \geq 0$ en
bij formule D zijn er uitkomsten als $x \geq 0$.

b De coördinaten van het randpunt zijn bij formule A (1, 0), bij formule B (–2, 0), bij formule C (0, 2) en bij formule D (0, 0).

c



d De coördinaten van het snijpunt S zijn (4, 4).

e Van formule A ontstaat de grafiek uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek één hokje naar rechts te verschuiven.
Van formule B ontstaat de grafiek uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek twee hokjes naar links te verschuiven.
Van formule C ontstaat de grafiek uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek twee hokjes naar boven te verschuiven.

34a De grafiek bij de formule $y = \sqrt{x+8}$ ontstaat uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek acht hokjes naar links te verschuiven. Het randpunt is (–8, 0).

b De grafiek bij de formule $y = -5 + \sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek vijf hokjes naar beneden te verschuiven. Het randpunt is (0, –5).

c De grafiek bij de formule $y = \sqrt{x - \frac{2}{3}}$ ontstaat uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek $\frac{2}{3}$ hokje naar rechts te verschuiven. Het randpunt is $(\frac{2}{3}, 0)$.

d De grafiek bij de formule $y = -\sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door alle uitkomsten van deze grafiek onder in plaats van boven de horizontale as te tekenen. Het randpunt is (0, 0).

35a Invullen van $x = 9$ geeft $y = \sqrt{9} - 5 = 3 - 5 = -2$, dus Ali doet het goed.
De fout die Mo maakt is dat hij $y = \sqrt{9-5} = \sqrt{4} = 2$ berekent.

b

x	0	1	2	3	4	5
y	–5	–4	–3,586	–3,268	–3	–2,764

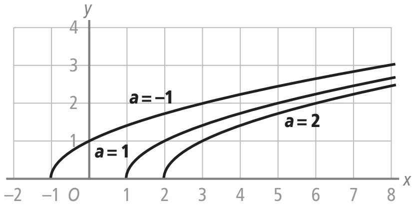
c

x	0	1	2	3	4	5
y	-	-	-	-	-	0

d De coördinaten van het randpunt van de grafiek van $y = \sqrt{x} - 5$ zijn (0, –5).
De coördinaten van het randpunt van de grafiek van $y = \sqrt{x-5}$ zijn (5, 0).

36a De coördinaten van het randpunt zijn (2, 0).
b Ja, want invullen van $x = 5$ geeft $y = 2\sqrt{3 \times 5 - 6} = 2\sqrt{15 - 6} = 2\sqrt{9} = 2 \times 3 = 6$.
c $y = 2\sqrt{3 \times 149 - 6} = 2\sqrt{447 - 6} = 2\sqrt{441} = 2 \times 21 = 42$

37a Voor $a = 2$ krijg je de formule $y = \sqrt{x - 2}$.
b/c



d Invullen van $x = 6$ en $y = 2$ geeft $2 = \sqrt{6 - a}$ oftewel $6 - a = 4$, dus $a = 2$.
Invullen van $x = 6$ en $y = -2$ geeft $-2 = \sqrt{6 - a}$ en dat kan niet.

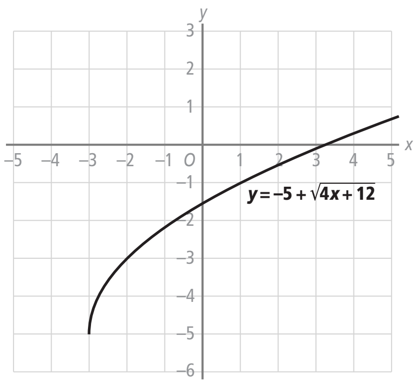
2-5 Gemengde opdrachten

38a $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$
b $8\sqrt{41} - 4\sqrt{41} = 4\sqrt{41}$
c $6\sqrt{7} - 7\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{3} = 9\sqrt{7} - 10\sqrt{3}$
d $6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = \sqrt{3}$
e $2\sqrt{7} \times 3\sqrt{6} = 6\sqrt{42}$
f $3\sqrt{5} \times 4\sqrt{3} + 8\sqrt{15} = 12\sqrt{15} + 8\sqrt{15} = 20\sqrt{15}$
g $6\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} - 15\sqrt{3} = 12\sqrt{12} - 15\sqrt{3} = 12 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$
h $(-2\sqrt{3})^2 - (-\sqrt{7})^2 = 4 \times 3 - 7 = 12 - 7 = 5$

39a Invullen van $x = 1$ geeft $y = -5 + \sqrt{4 \times 1 + 12} = -5 + \sqrt{16} = -5 + 4 = -1$.
b

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	-	–5	–3	–2,17	–1,54	–1	–0,53	–0,10	0,29

c



d De coördinaten van het randpunt zijn (–3, –5).

40a $u = 10\sqrt{w} + v$
b $b = 5\sqrt{3c} - 6a$
c $r = 6\sqrt{p}$
d $y = 3\sqrt{x} + 10$
e $t = 12s - 9s$ oftewel $t = 3s$
f $g = 4 \times k^2 \times 3$ oftewel $g = 12k^2$

41a $y = 2 + \sqrt{2 \times 4 - -1} = 2 + \sqrt{8+1} = 2 + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$

b Ella krijgt de formule $y = 3 + \sqrt{2x - 6}$. De coördinaten van het randpunt zijn (3, 3).

c Invullen van $x = -10$ en $y = -3$ geeft $-3 = a + \sqrt{-20 - b}$. Voor het randpunt geldt $\sqrt{-20 - b} = 0$, dus $b = -20$ en $a = -3$.

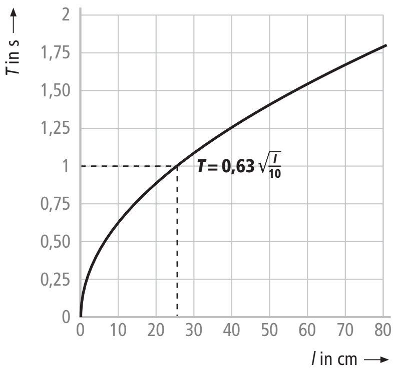
42 Je kunt de figuur verdelen in een rechthoek links met zijden van $3\sqrt{7}$ en $2\sqrt{5}$, een rechthoek rechts met zijden van $3\sqrt{7}$ en $3\sqrt{5}$ en een rechthoek er tussen met zijden van $\sqrt{7}$ en $2\sqrt{5}$. De oppervlakte van de figuur is dan $3\sqrt{7} \times 2\sqrt{5} + 3\sqrt{7} \times 3\sqrt{5} + \sqrt{7} \times 2\sqrt{5} = 6\sqrt{35} + 9\sqrt{35} + 2\sqrt{35} = 17\sqrt{35}$.

43a Invullen van $l = 10$ geeft $T = 0{,}63\sqrt{\frac{10}{10}} = 0{,}63\sqrt{1} = 0{,}63$.

b

l in cm	10	20	30	40	50	60
T in s	0,63	0,89	1,09	1,26	1,41	1,54

c



d De slinger moet ongeveer 25 cm lang zijn. Zie de stippellijn in de tekening hierboven.

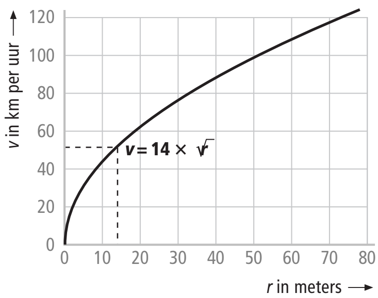
Invullen van $l = 25$ geeft $T = 0{,}63\sqrt{\frac{25}{10}} \approx 0{,}996$ en dat klopt.

44a Invullen van $r = 30$ geeft $v = 14 \times \sqrt{30} = 76{,}681... \approx 77$ km per uur.

b

r in meters	0	10	20	30	40	50	60	70
v in km per uur	0	44,27	62,61	76,68	88,54	98,99	108,44	117,13

c



d De grafiek stijgt steeds langzamer.

e Bij een snelheid van 55 km per uur is de remweg ongeveer 15 meter lang. Zie de stippellijn in de grafiek hierboven.

45a $5\sqrt{6}\times 3\sqrt{2} = 5\times 3\times\sqrt{6}\times\sqrt{2} = 15\times\sqrt{12} = 15\times\sqrt{4}\times\sqrt{3} = 15\times 2\times\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$

b $\frac{3}{8}\sqrt{5}\times 16\sqrt{2} - 8\sqrt{10} = \frac{3}{8}\times 16\times\sqrt{5}\times\sqrt{2} - 8\sqrt{10} = 6\sqrt{10} - 8\sqrt{10} = -2\sqrt{10}$

c $2\sqrt{2}\times 5\sqrt{3}\times 3\sqrt{2} = 2\times 5\times 3\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3} = 30\times 2\times\sqrt{3} = 60\sqrt{3}$

d $-8\sqrt{6}\times 4\sqrt{2} + (2\sqrt{5})^2\times\sqrt{12} = -8\times 4\times\sqrt{6}\times\sqrt{2} + 4\times 5\times\sqrt{12} = -32\sqrt{12} + 20\sqrt{12} =$
$= -12\sqrt{12} = -12\times\sqrt{4}\times\sqrt{3} = -12\times 2\times\sqrt{3} = -24\sqrt{3}$

e $-3\sqrt{17}\times 2\sqrt{17} - (2\sqrt{123})^2 = -3\times 2\times\sqrt{17}\times\sqrt{17} - 4\times 123 = -102 - 492 = -594$

f $11\sqrt{10}\times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{8}\times 2\tfrac{1}{2}\sqrt{2\tfrac{1}{2}} = 11\times 2\times\sqrt{10}\times\sqrt{2} - 3\times 2\tfrac{1}{2}\times\sqrt{8}\times\sqrt{2\tfrac{1}{2}} =$
$= 22\sqrt{20} - 7\tfrac{1}{2}\sqrt{20} = 14\tfrac{1}{2}\sqrt{20} = 14\tfrac{1}{2}\times\sqrt{4}\times\sqrt{5} = 14\tfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{5} = 29\sqrt{5}$

46a Bij zijn nieuwe grafiek hoort de formule $y = 2 + \sqrt{x}$ of $y = \sqrt{x} + 2$.

b De formule van haar nieuwe grafiek wordt $y = \sqrt{x - 3}$.

c De grafiek van Kris ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door alle uitkomsten van deze grafiek vier keer zo ver van de horizontale as af te tekenen.

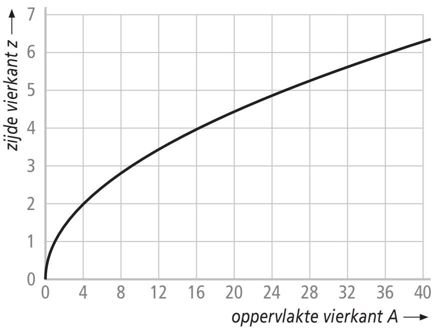
d Je moet dan $a = 16$ nemen, want $y = 4\sqrt{x}$ kun je schrijven als $y = \sqrt{16}\times\sqrt{x}$ en dat is gelijk aan $y = \sqrt{16x}$.

ICT Wortelformules

I-1a

oppervlakte vierkant A	0	1	4	9	16	25	36
zijde vierkant z	0	1	2	3	4	5	6

b



c Voor iedere waarde van A kun je de waarde van z vinden door de wortel uit A te nemen.

d Je kunt voor A alleen getallen groter of gelijk aan 0 invullen omdat er geen negatieve oppervlakte bestaat.

I-2a Links van de verticale as bestaat de grafiek niet omdat de wortel uit een negatief getal niet bestaat.

b -

c Ja, de grafiek loopt verticaal in het punt (0, 0).

I-3a -

b De grafiek van $y = 1 + \sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek één hokje naar boven te verschuiven.

c De grafiek van $y = -3 + \sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek drie hokjes naar beneden te verschuiven.

d -

e De grafiek van $y = 2\sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door alle uitkomsten van deze grafiek twee keer zo ver van de horizontale as af te tekenen.

f De grafiek van $y = 3\sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door alle uitkomsten van deze grafiek drie keer zo ver van de horizontale as af te tekenen.

I-4a -

b

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	0	1	1,41	1,73	2	2,24	2,45	2,65	2,83	3

c De sterretjes in de tabel betekenen dat de grafiek hier niet bestaat.

d De grafiek begint in het punt (3, 0).

e De grafiek van $y = \sqrt{x-3}$ ontstaat uit de grafiek van $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek drie hokjes naar rechts te verschuiven.

I-5a 1 $y = \sqrt{x-1}$, 2 $y = 1{,}5 + \sqrt{x}$, 3 $y = 3\sqrt{x}$, 4 $y = -3{,}5 + \sqrt{x}$ en 5 $y = \sqrt{x+4{,}5}$

b 1 (1, 0), 2 (0; 1,5), 2 (0, 0), 4 (0; –3,5) en 5 (–4,5; 0)

I-6a De grafiek bij de formule $y = \sqrt{x+8}$ ontstaat uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek acht hokjes naar links te verschuiven. Het randpunt is (–8, 0).

b De grafiek bij de formule $y = -5 + \sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek vijf hokjes naar beneden te verschuiven. Het randpunt is (0, –5).

c De grafiek bij de formule $y = \sqrt{x - \frac{2}{3}}$ ontstaat uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door deze grafiek $\frac{2}{3}$ hokje naar rechts te verschuiven. Het randpunt is $(\frac{2}{3}, 0)$.

d De grafiek bij de formule $y = -\sqrt{x}$ ontstaat uit de grafiek bij de formule $y = \sqrt{x}$ door alle uitkomsten van deze grafiek onder in plaats van boven de horizontale as te tekenen.
Het randpunt is (0, 0).

I-7a -

b Invullen van $x = 9$ geeft $y = \sqrt{9} - 5 = 3 - 5 = -2$, dus Ali doet het goed.
De fout die Mo maakt is dat hij $y = \sqrt{9-5} = \sqrt{4} = 2$ berekent.

c De coördinaten van het randpunt van de grafiek van $y = \sqrt{x} - 5$ zijn (0, –5).
De coördinaten van het randpunt van de grafiek van $y = \sqrt{x-5}$ zijn (5, 0).

I-8a -

b Als je a groter maakt verschuift de grafiek naar rechts.
Als je a kleiner maakt verschuift de grafiek naar links.

c Invullen van $x = 6$ en $y = 2$ geeft $2 = \sqrt{6-a}$ oftewel $6 - a = 4$, dus $a = 2$.
Invullen van $x = 6$ en $y = -2$ geeft $-2 = \sqrt{6-a}$ en dat kan niet.

I-9a In de getekende grafiek is $a = 0$ en $b = 0$.

b -

c Als je a groter maakt verschuift de grafiek naar rechts.
Als je a kleiner maakt verschuift de grafiek naar links.

d Als je b groter maakt verschuift de grafiek naar boven.
Als je b kleiner maakt verschuift de grafiek naar beneden.

e De formule $y = -3 + \sqrt{x-4}$ heeft een grafiek met randpunt (4, –3).

Test jezelf

T-1a $\sqrt{14}$ ligt tussen 3 en 4, $-\sqrt{26}$ ligt tussen −6 en −5, $\sqrt{41}$ ligt tussen 6 en 7, $2\sqrt{99}$ ligt tussen 19 en 20, $-3\sqrt{0{,}2}$ ligt tussen −2 en −1 en $6\sqrt{2}$ ligt tussen 8 en 9.

b $-\sqrt{144} = -12$, $\sqrt{27} \approx 5{,}20$, $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$, $\sqrt{-1}$ kan niet en $\sqrt{8{,}7} \approx 2{,}95$

T-2a $2\sqrt{13} + 3\sqrt{13} = 5\sqrt{13}$

b $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$

c $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$

d $3\sqrt{6} \times 4\sqrt{5} = 3 \times 4 \times \sqrt{6} \times \sqrt{5} = 12\sqrt{30}$

e $9\sqrt{7} - 8\sqrt{7} + 6\sqrt{6} = \sqrt{7} + 6\sqrt{6}$

f $2\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} - 7\sqrt{10} = 2 \times 5 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} - 7\sqrt{10} = 10\sqrt{10} - 7\sqrt{10} = 3\sqrt{10}$

g $(3\sqrt{11})^2 = 3\sqrt{11} \times 3\sqrt{11} = 3 \times 3 \times \sqrt{11} \times \sqrt{11} = 9 \times 11 = 99$

h $89\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 62\sqrt{3} = 144\sqrt{3}$

T-3a $\sqrt{90} = \sqrt{9} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$, $\sqrt{98} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$, $\sqrt{128} = \sqrt{64} \times \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ en $\sqrt{675} = \sqrt{225} \times \sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

b $7\sqrt{11} = \sqrt{49} \times \sqrt{11} = \sqrt{539}$, $9\sqrt{8} = \sqrt{81} \times \sqrt{8} = \sqrt{648}$, $10\sqrt{7} = \sqrt{100} \times \sqrt{7} = \sqrt{700}$ en $19\sqrt{5} = \sqrt{361} \times \sqrt{5} = \sqrt{1805}$. Ze staan al op volgorde van klein naar groot.

c $\sqrt{48} - \sqrt{27} = \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{9 \times 3} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

$(2\sqrt{7})^2 = 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} = 2 \times 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} = 4 \times 7 = 28$

$9\sqrt{175} - \sqrt{63} = 9\sqrt{25 \times 7} - \sqrt{9 \times 7} = 9 \times 5 \times \sqrt{7} - 3 \times \sqrt{7} = 45\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 42\sqrt{7}$

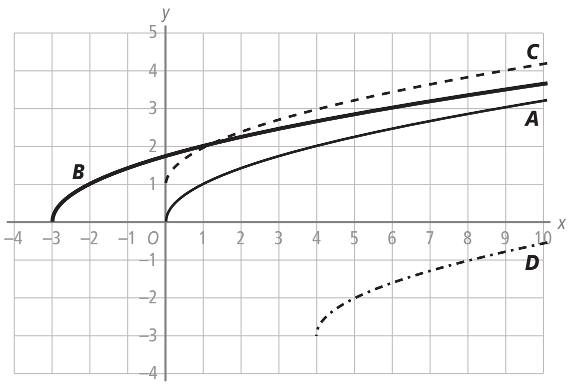
$-3\sqrt{2} \times 2\sqrt{5} + 5\sqrt{10} = -3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} + 5\sqrt{10} = -6\sqrt{10} + 5\sqrt{10} = -\sqrt{10}$

$(\sqrt{6})^2 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

$2\sqrt{8} \times 4\sqrt{8} - \sqrt{162} = 2 \times 4 \times \sqrt{8} \times \sqrt{8} - \sqrt{81 \times 2} = 8 \times 8 - 9\sqrt{2} = 64 - 9\sqrt{2}$

T-4a Bij formule A is (0, 0) het randpunt, bij formule B is (−3, 0) het randpunt, bij formule C is (0, 1) het randpunt en bij formule D is (4, −3) het randpunt.

b



c De grafiek van formule B ontstaat uit de grafiek van formule A door deze drie hokjes naar links te verschuiven.

d De grafiek van formule C ontstaat uit de grafiek van formule A door deze één hokje naar boven te verschuiven.

T-5 De oppervlakte van het bovenblad van haar tafel is 4 × 4 = 16 dm^2. Het kleed bedekt de helft van het bovenblad van haar tafel. De oppervlakte van het kleed is 16 : 2 = 8 dm^2. De zijden van het kleed moeten $\sqrt{8} \approx 2{,}83$ dm zijn en dat is 28,3 cm.

T-6a
$h = 6\sqrt{a} \times 6\sqrt{a}$
$h = 6 \times 6 \times \sqrt{a} \times \sqrt{a}$
$h = 36a$

b $k = 4\sqrt{r} + 12$

c
$w = 7 \times 5 \times q \times \sqrt{q} \times \sqrt{q} \times \sqrt{6}$
$w = 35 \times q \times q \times \sqrt{6}$
$w = 35q^2\sqrt{6}$

d
$g = \sqrt{4 \times 3} \times \sqrt{u} + 5\sqrt{3u}$
$g = \sqrt{4} \times \sqrt{3} \times \sqrt{u} + 5\sqrt{3u}$
$g = 2\sqrt{3u} + 5\sqrt{3u}$
$g = 7\sqrt{3u}$

T-7a De coördinaten van het randpunt van de grafiek zijn (4, 2).

b

x	4	5	6	7	8	9
y	2	3	3,41	3,73	4	4,24

c Invullen van $x = 40$ geeft $y = 2 + \sqrt{40 - 4} = 2 + \sqrt{36} = 2 + 6 = 8$.
Het punt (40, 9) ligt niet op de grafiek.

d Ja, Joram heeft gelijk.

T-8a De zijden van een vakje zijn $\sqrt{12{,}25} = 3{,}5$ cm.

b Eén vakje van het andere schaakbord heeft een oppervlakte van 432,64 : 64 = 6,76 cm^2.
De zijden van een vakje zijn $\sqrt{6{,}76} = 2{,}6$ cm.

c Een dambord met een oppervlakte van 1200 cm^2 heeft zijden van $\sqrt{1200} \approx 34{,}64$ cm.
De omtrek van dit dambord is $4 \times \sqrt{1200} \approx 138{,}56$ cm.
Het tweede dambord met een omtrek van 140 cm is groter.
Of:
Een dambord met een omtrek van 140 cm heeft zijden van 140 : 4 = 35 cm.
De oppervlakte van dit dambord is 35^2 = 1225 cm^2.
Het eerste dambord heeft een oppervlakte van 1200 cm^2. Het tweede dambord is groter.