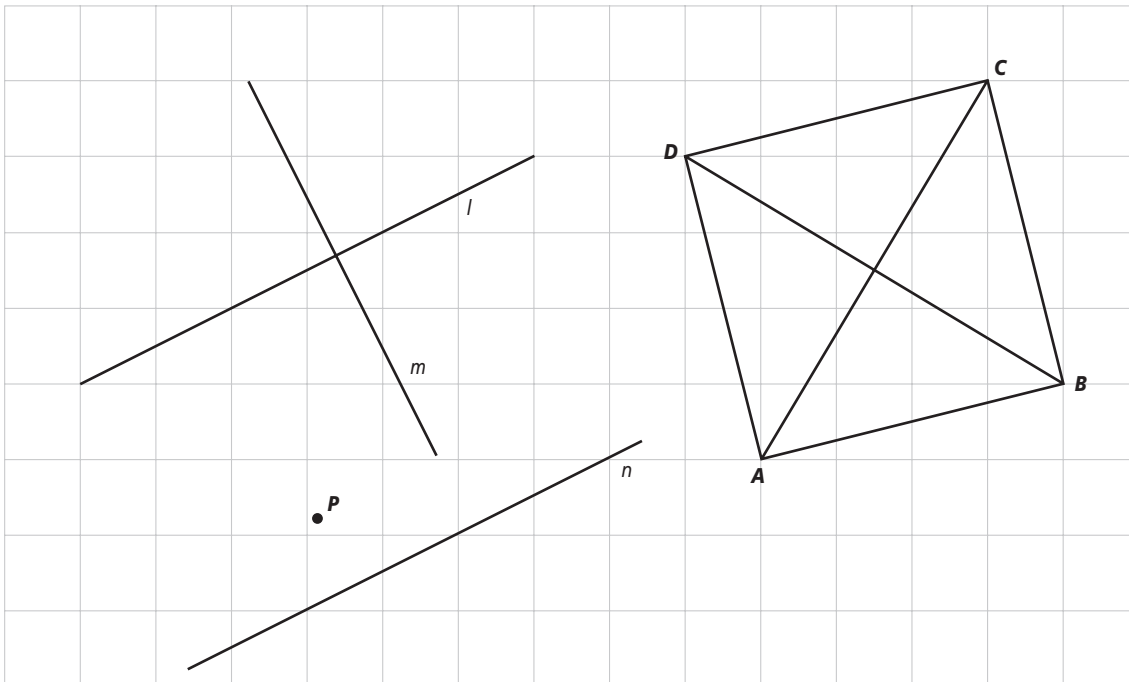


Hoofdstuk 9 - Vlakke figuren

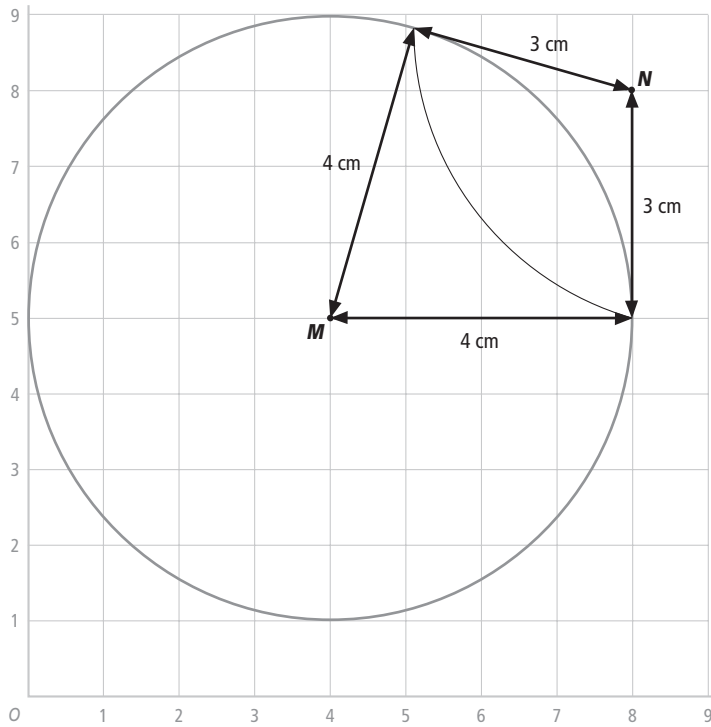
Voorkennis

- V-1a** Zie de figuur hieronder.
- b/c** Zie de figuur hieronder. De lijn n en het punt P kunnen ook aan de andere kant van lijn l liggen.
- d** Zie de figuur hieronder.



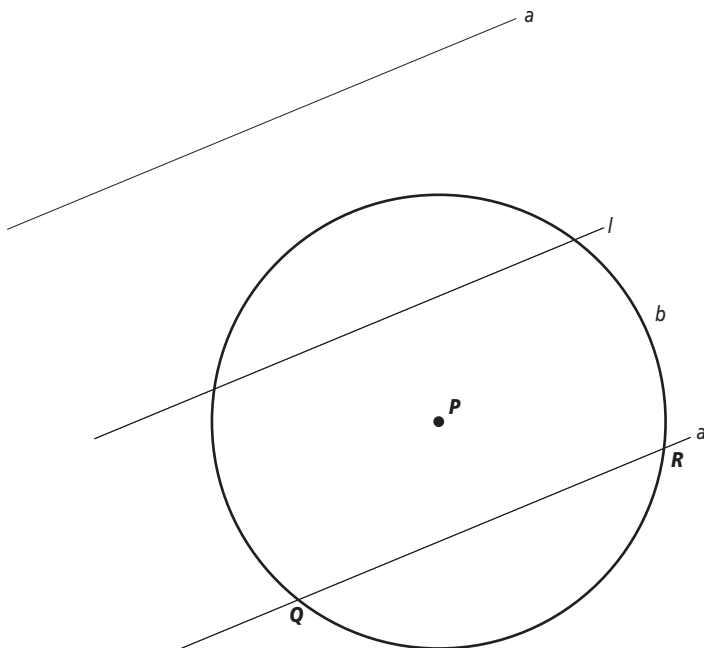
- V-2a** Zie de figuur hierboven.
- b** In vierhoek $ABCD$ zijn de vier hoeken recht en alle zijden even lang.
- c** De zijden zijn ongeveer 4,1 cm lang.
- d** Zie de figuur hierboven, de diagonalen zijn AC en BD .
- e** De diagonalen zijn ongeveer 5,8 cm lang.
- V-3a** Lijn k loopt evenwijdig aan lijn l .
- b** Lijn t staat loodrecht op lijn l .
- c** De afstand van lijn l tot lijn k is ongeveer 9 mm.
- d** De afstand van punt P tot lijn k is ongeveer 16 mm.
- e** De afstand van punt P tot lijn l is ongeveer $9 + 16 = 25$ mm.

V-4a/b



- c Dat is het punt (8, 5).
- d Teken een cirkel met straal 3 cm met middelpunt N . De snijpunten van deze cirkel met de al getekende cirkel liggen op een afstand van 4 cm van M en van 3 cm van N .
- e De coördinaten zijn ongeveer (5,2; 8,9).

V-5a/b

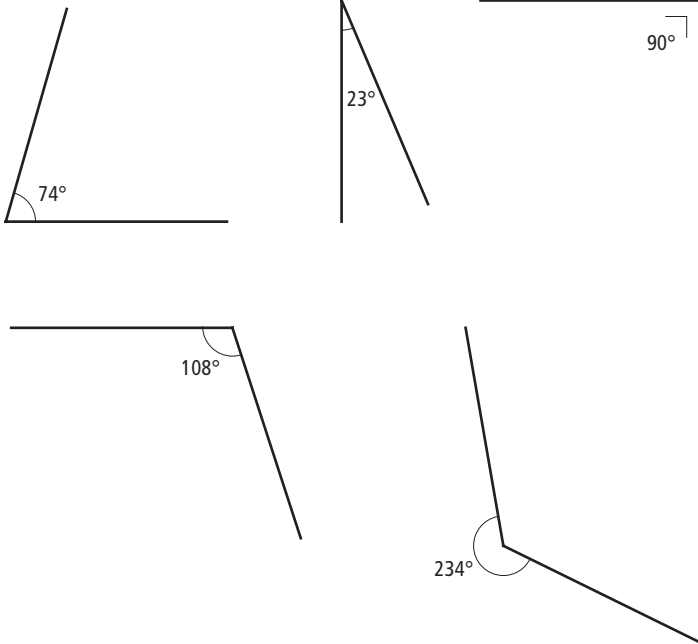


- c De punten op 3 cm van lijn l én op 3 cm van punt P zijn de snijpunten van de cirkel met de lijnen die je bij opdracht a hebt getekend. In de tekening hierboven zijn dat de punten Q en R .

V-6a De hoeken B en C zijn scherp, de hoeken A en D zijn stomp.

- b $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 24^\circ$, $\angle C = 85^\circ$ en $\angle D = 144^\circ$

V-7



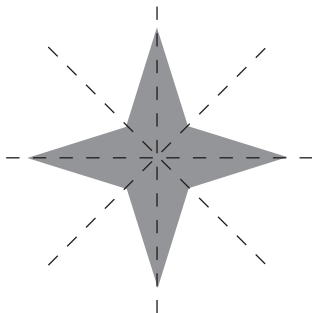
V-8a Deze zes hoeken zijn samen 360° .

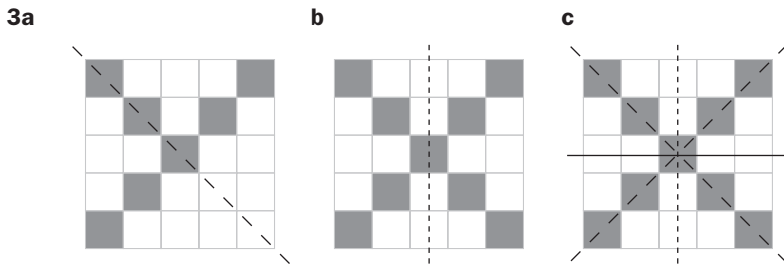
- b De zes hoeken bij punt M zijn allemaal even groot, dus $\angle M_1 = 360^\circ : 6 = 60^\circ$.
- c $\angle M_1$ en $\angle M_2$ zijn samen $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$.

9-1 Symmetrie

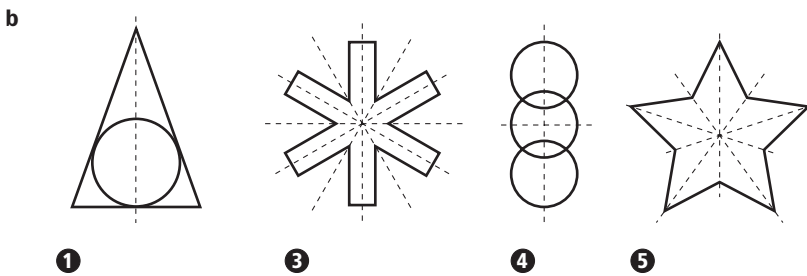
- 1a De linkerhelft van de vlinder is het spiegelbeeld van de rechterhelft.
- b Hij zet het spiegeltje op de lijn die de kop met de onderkant van het lijfje verbindt.
- c Nee, er zijn nog kleine verschillen. Bijvoorbeeld de sprietten van de vlinder staan niet symmetrisch. Ook de achtergrond is niet symmetrisch.

- 2a -
- b De stippellijn komt op de vouwlijn van het hartje.
- c Melissa heeft gelijk. Zie de figuur hieronder.
- d





4a De figuren 1, 3, 4 en 5 zijn spiegelsymmetrisch.



5a Nee, er zijn geen symmetrieassen.

b -

c Ja, als je het zó draait dat onder- en bovenkant verwisseld zijn.

6a De figuren 2, 3, 4 en 5 zijn draaisymmetrisch.

b Figuur 2 is draaisymmetrisch over een hoek van 180° .

Figuur 3 is draaisymmetrisch over een hoek van 60° , 120° , 180° , 240° en 300° .

Figuur 4 is draaisymmetrisch over een hoek van 180° .

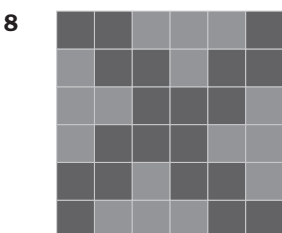
Figuur 5 is draaisymmetrisch over een hoek van 72° , 144° , 216° en 288° , want $360^\circ : 5 = 72^\circ$.

7a In figuur 1 herken je zes keer hetzelfde figuurtje in de vorm van een blad. Als je de hele figuur over $360^\circ : 6 = 60^\circ$ draait, komt elk blad op het volgende blad te liggen. De figuur is draaisymmetrisch over 60° , maar dan ook over 120° , 180° , 240° en 300° .

b In figuur 2 zie je 12 hoekpunten op de cirkel liggen. Elke keer als bij het draaien van de figuur zo'n hoekpunt weer op een volgende hoekpunt terecht komt, past de hele figuur weer op zichzelf. Figuur 2 is dus draaisymmetrisch over $360^\circ : 12 = 30^\circ$, maar dan ook over 60° , 90° , 120° , 150° , 180° , 210° , 240° , 270° , 300° en 330° .

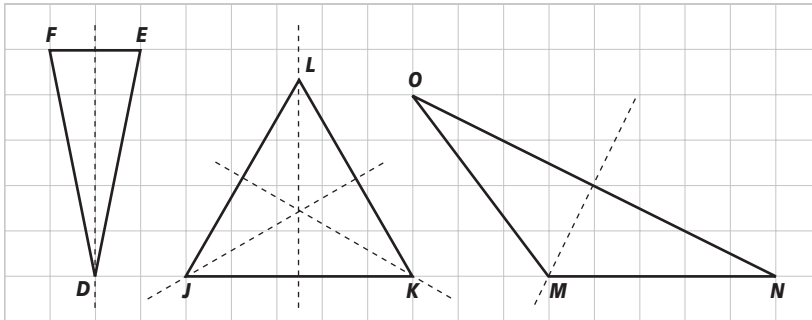
c Nee, figuur 1 is niet spiegelsymmetrisch.

d Figuur 2 heeft 12 symmetrieassen, namelijk de zes lijnen door twee tegenoverliggende hoekpunten en de zes lijnen die daar precies tussenin liggen.



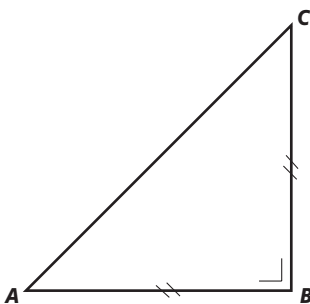
9-2 Driehoeken

9a



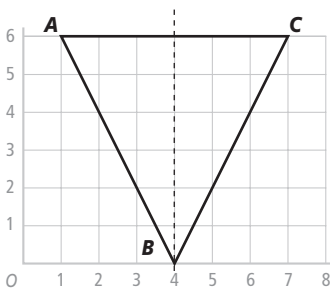
- b Driehoek JKL heeft drie symmetrieassen.
- c In een spiegelsymmetrische driehoek zijn ten minste twee zijden even lang.
- d In driehoek DEF zijn de hoeken 79° , 79° en 22° ,
In driehoek JKL zijn de hoeken alle drie 60° .
In driehoek MNO zijn de hoeken 27° , 27° en 126° (afgerond).
- e In een spiegelsymmetrische driehoek zijn steeds minstens twee hoeken even groot.
- e De driehoek met drie symmetrieassen heeft drie gelijke zijden en drie even grote hoeken.

10a



- b De basishoeken A en C zijn beide 45° .
- c Nee, dat kan niet. In een gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken 60° , en kan er dus niet één 90° zijn.

11a



- b De zijden AB en BC zijn even lang.
- c Hoek B is de tophoek.
- d Zie de figuur hierboven.
- e De hoeken zijn $\angle A = 63,5^\circ$, $\angle B = 53^\circ$ en $\angle C = 63,5^\circ$.
- f De drie hoeken van driehoek ABC zijn samen 180° .

- 12a** -
b -
c Samen vormen de drie hoeken een gestrekte hoek, dus samen zijn ze 180° .
d De drie hoeken van driehoek KLM zijn samen 180° ,
dus $\angle M = 180^\circ - 69^\circ - 48^\circ = 63^\circ$.

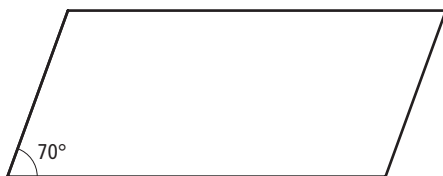
13 $\angle K + \angle L + \angle M = 180^\circ$
 $\angle K + 45^\circ + 80^\circ = 180^\circ$
dus $\angle K = 180^\circ - 80^\circ - 45^\circ = 55^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $50^\circ + 90^\circ + \angle C = 180^\circ$
dus $\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$
 $\angle D + \angle E + \angle F = 180^\circ$
 $48^\circ + \angle E + 35^\circ = 180^\circ$
dus $\angle E = 180^\circ - 48^\circ - 35^\circ = 97^\circ$
 $\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$
 $\angle P + 25^\circ + 15^\circ = 180^\circ$
dus $\angle P = 180^\circ - 15^\circ - 25^\circ = 140^\circ$

- 14a** Omdat het een gelijkbenige driehoek is, is de andere basishoek ook 51° .
De tophoek is $180^\circ - 51^\circ - 51^\circ = 78^\circ$.
b Voor de twee basishoeken samen blijft over $180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$.
Omdat de beide basishoeken even groot zijn, is elke basishoek $116^\circ : 2 = 58^\circ$.
c Omdat elke van de basishoeken twee keer zo groot is als de tophoek,
is de tophoek éénvijfde deel van 180° en de basishoeken elk tweevijfde deel.
Dus de tophoek is $180^\circ : 5 = 36^\circ$ en de basishoeken zijn elk $2 \times 36^\circ = 72^\circ$.
d In een gelijkzijdige driehoek zijn de drie hoeken altijd even groot.
Ook is in elke driehoek de som van de drie hoeken 180° .
Dus de hoeken van een gelijkzijdige driehoek zijn altijd $180^\circ : 3 = 60^\circ$.

9-3 Vierhoeken

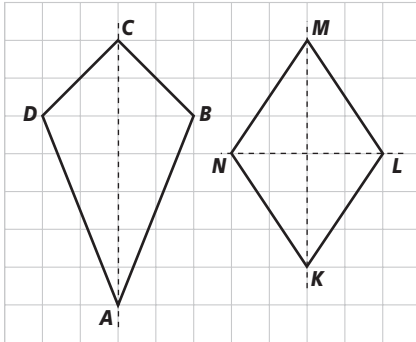
- 15a** -
b De vierhoek heeft één symmetrieas.
c -
d De vierhoek heeft twee symmetrieassen

16a



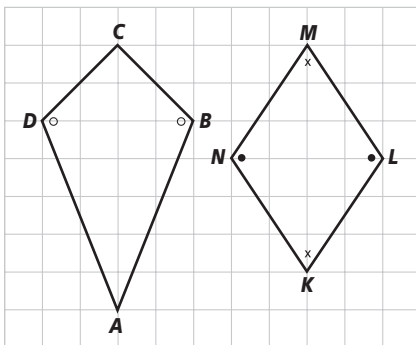
- b** Nee, de vierhoek heeft geen symmetrieas, de figuur is niet spiegelsymmetrisch.
c De vierhoek past na een halve draai, dus een draai over 180° , weer op zichzelf.
d Ja, de tegenover elkaar liggende zijden zijn evenwijdig.
e Nee, de diagonalen zijn niet even lang.

17a



b Vierhoek $ABCD$ is een vlieger, want er is één symmetrieas. Vierhoek $KLMN$ is een ruit, want er zijn twee symmetrieassen.

c



d Een ruit is een draaisymmetrische vierhoek, dus een ruit is ook een parallellogram.

e Van vierhoek $ABCD$ is $\angle A = 44^\circ$, $\angle B = 113^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ en $\angle D = 113^\circ$.

Van vierhoek $KLMN$ is $\angle K = 67^\circ$, $\angle L = 113^\circ$, $\angle M = 67^\circ$ en $\angle N = 113^\circ$.

f De vier hoeken van vierhoek $ABCD$ zijn samen $44^\circ + 113^\circ + 90^\circ + 113^\circ = 360^\circ$.

g De vier hoeken van vierhoek $KLMN$ zijn samen $67^\circ + 113^\circ + 67^\circ + 113^\circ = 360^\circ$.

18a Ze zijn samen 180° .

b Ook samen 180° .

c Die zijn samen $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

19 In figuur 1 is de hoek met het vraagteken $360^\circ - 85^\circ - 100^\circ - 115^\circ = 60^\circ$.

In figuur 2 is de hoek met het vraagteken $360^\circ - 65^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 115^\circ$.

In figuur 3 is de hoek met het vraagteken $360^\circ - 102^\circ - 76^\circ - 135^\circ = 47^\circ$.

20a De hoeken B en D zijn tegenoverliggende hoeken en dus zijn ze even groot.

Dus is $\angle B = 125^\circ$.

b $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$\angle A + 125^\circ + \angle C + 125^\circ = 360^\circ$

$\angle A + \angle C = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$

Omdat de hoeken A en C even groot zijn is $\angle A = 110^\circ : 2 = 55^\circ$ en ook $\angle C = 55^\circ$.

c De hoeken K en M zijn tegenoverliggende hoeken en dus zijn ze even groot.

Dus is $\angle M = 113^\circ$.

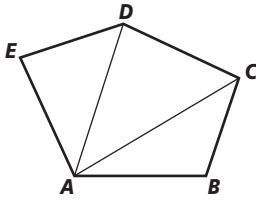
Omdat $\angle K + \angle L + \angle M + \angle N = 360^\circ$, is $\angle N = 360^\circ - 44^\circ - 113^\circ - 113^\circ = 90^\circ$.

d Omdat $\angle P$ drie keer zo groot is als $\angle Q$, is ook $\angle R$ drie keer zo groot als $\angle S$.

Je moet dan 360° delen door $3 + 1 + 3 + 1 = 8$. Dan is $\angle Q = 360^\circ : 8 = 45^\circ$ en

$\angle P = 3 \times 45^\circ = 135^\circ$. De hoeken zijn dus 45° , 135° , 45° en 135° .

21a/b



- c De vijfhoek is met de twee diagonalen verdeeld in drie driehoeken. Per driehoek is de som van de drie hoeken 180° . Dus de som van de hoeken van de vijfhoek is $3 \times 180^\circ = 540^\circ$.
- d Een zeshoek kun je met drie diagonalen in vier driehoeken verdelen. De som van de hoeken van de zeshoek is dus $4 \times 180^\circ = 720^\circ$.
- e In een veertienhoek kun je vanuit één hoekpunt 11 diagonalen tekenen. De veertienhoek is dan in 12 driehoeken verdeeld. De som van de hoeken van de veertienhoek is dan $12 \times 180^\circ = 2160^\circ$.
- f Een n -hoek kun je met diagonalen uit één hoekpunt verdelen in $n - 2$ driehoeken. De som van de hoeken in graden bereken je door het aantal driehoeken te vermenigvuldigen met 180° . De formule is dus $s = (n - 2) \times 180^\circ$, met s de som van de hoeken in graden.

9-4 Hoeken berekenen

- 22a De hoek met het rondje is $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.
- b De hoek met het kruisje is nu $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.
- c Zonder de 20° zijn de hoeken samen $180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$. De hoek met het kruisje is dan $160^\circ : 2 = 80^\circ$ en de hoek met het rondje is $80^\circ + 20^\circ = 100^\circ$.
- 23a De vier hoeken zijn samen 360° .
- b $\angle A_1 + 65^\circ = 180^\circ$, dus $\angle A_1 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.
- c $\angle A_3 + 65^\circ = 180^\circ$, dus $\angle A_3 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.
- d De hoeken A_2 en A_4 zijn overstaande hoeken en dus even groot. Dus is $\angle A_2 = 65^\circ$.
- 24 $\angle A_1 = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$
 $\angle B_1 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 $\angle B_2 = 120^\circ$, want het is de overstaande hoek van de gegeven hoek van 120° .
 $\angle C_1 = 180^\circ - 73^\circ - 38^\circ = 69^\circ$
 $\angle D_1 = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$
 $\angle D_3 = 180^\circ - 40^\circ - 85^\circ = 55^\circ$
- 25a Een volle hoek is 360° , dus de zes gelijke hoeken zijn elk $360^\circ : 6 = 60^\circ$.
- b De hoeken zijn dan $360^\circ : 5 = 72^\circ$.
- c Een gestrekte hoek is 180° , dus deze is dan in $180 : 15 = 12$ hoeken van 15° verdeeld.
- 26a $\angle S_1 = 90^\circ$ (PQ staat loodrecht op TS)
 $\angle S_5 + \angle S_2 + \angle S_1 = 180^\circ$, dus $\angle S_2 = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ$.
 $\angle S_3 = 40^\circ$ (hoek S_3 en hoek S_5 zijn overstaande hoeken.)
 $\angle S_3 + \angle S_4 = 180^\circ$, dus $\angle S_4 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

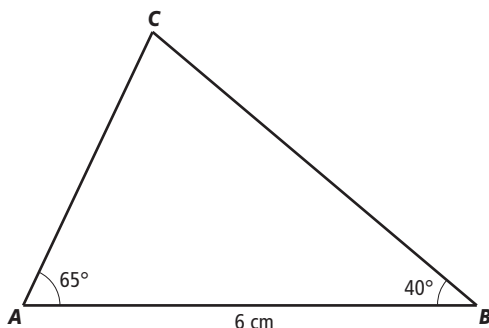
- b** Hoek K_2 is éénderde deel van de gestrekte hoek, dus $\angle K_2 = 180^\circ : 3 = 60^\circ$.
Hoek K_1 is tweederde deel van de gestrekte hoek, dus $\angle K_1 = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$.
- c** Hoek K_2 is ééntiende deel van de gestrekte hoek, dus $\angle K_2 = 180^\circ : 10 = 18^\circ$.
Hoek K_1 is negentiende deel van de gestrekte hoek, dus $\angle K_1 = 9 \times 18^\circ = 162^\circ$.
- d** De hoeken S_1 en S_3 zijn overstaande hoeken en dus even groot.
Dan is $\angle S_1 = 80^\circ$. $\angle S_3 + \angle S_4 = 180^\circ$, dus is $\angle S_4 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.
Driehoek BCS is gelijkbenig, dus zijn de basishoeken B_1 en C_1 even groot.
De tophoek $\angle S_3 = 80^\circ$, dus $\angle B_1 = (180^\circ - 80^\circ) : 2 = 50^\circ$.
Verder is $\angle B_1 + \angle B_2 = 90^\circ$, dus $\angle B_2 = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

- 27a** Hoek 2 is $180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$.
De hoeken 3 en 1 zijn overstaande hoeken en dus even groot. Hoek 3 is ook 54° .
De hoeken 2 en 4 zijn overstaande hoeken en dus even groot. Hoek 4 is ook 126° .
De hoeken 2 en 7 zitten in een vierhoek waarvan de twee andere hoeken elk 90° zijn. Omdat de hoeken in een vierhoek samen 360° zijn, zijn ook de hoeken 2 en 7 samen 180° . Hoek 7 = $180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$.
De hoeken 5 en 7 zijn overstaande hoeken en dus even groot. Hoek 5 is ook 54° .
Hoek 6 is $180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$.
De hoeken 6 en 8 zijn overstaande hoeken en dus even groot. Hoek 8 is ook 126° .
- b** De gevraagde hoek ligt samen met hoek 3 en een rechte hoek in een driehoek.
Dus de gevraagde hoek is $180^\circ - 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$.
- c** De hoeken 1, 3, 5 en 7 worden allemaal $54^\circ + 3^\circ = 57^\circ$.
De hoeken 2, 4, 6 en 8 worden allemaal $126^\circ - 3^\circ = 123^\circ$.
- d** De hoeken 1, 3, 5 en 7 worden allemaal $54^\circ : 2 = 27^\circ$.
De hoeken 2, 4, 6 en 8 worden allemaal $180^\circ - 27^\circ = 153^\circ$.

- 28a** Omdat vierhoek $BCDE$ een parallellogram is zijn de zijden CD en BE evenwijdig.
Daardoor zijn $\angle B_1$ en $\angle C$ even groot. Verder zijn in een parallellogram de tegenoverliggende hoeken even groot, dus zijn $\angle C$ en $\angle E_2$ even groot. De hoeken $\angle C$ en $\angle E_2$ zijn even groot als $\angle B_1$.
- b** $\angle A + \angle B_1 + \angle E_1 = 180^\circ$ dus is $\angle B_1 = 180^\circ - 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$.
 $\angle B_1 + \angle B_2 = 180^\circ$, dus is $\angle B_2 = 180^\circ - 59^\circ = 121^\circ$. $\angle C = \angle B_1$, dus $\angle C = 59^\circ$.

9-5 Figuren construeren

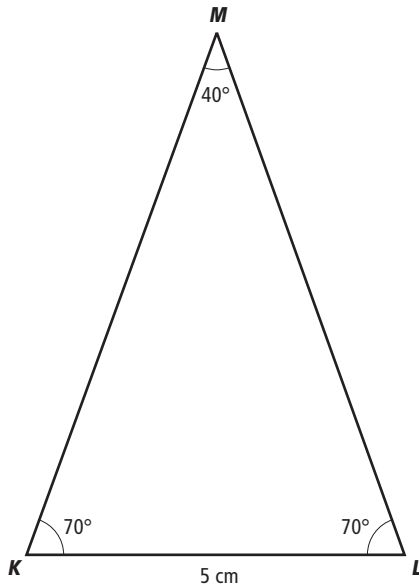
29a



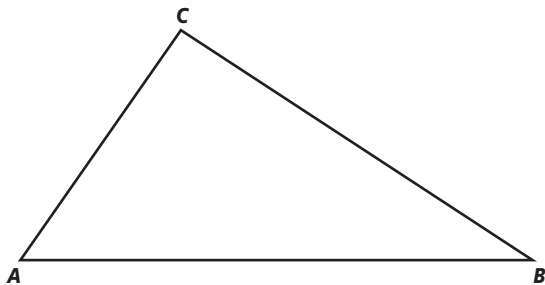
- b** $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, dus $\angle C = 180^\circ - 65^\circ - 40^\circ = 75^\circ$.
- c** Ook bij meten is $\angle C = 75^\circ$, ja dus.

- 30a** Als je eerst de basis KL tekent, moet je vervolgens weten hoe schuin je de zijden KM en LM moet tekenen. Je hebt dus nog de grootte van hoek K of hoek L nodig.
- b** Omdat de driehoek gelijkbenig is zijn de basishoeken $\angle K$ en $\angle L$ even groot. Samen zijn ze $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$, dus $\angle K = 140^\circ : 2 = 70^\circ$ en $\angle L = 70^\circ$.

c

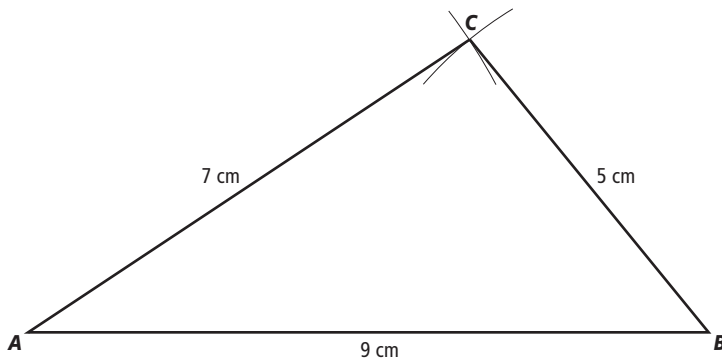


- 31a** Een schets kan er zo uitzien:



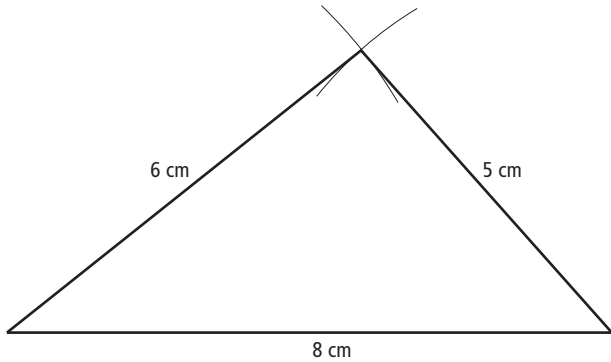
- b** Er is geen enkele hoek gegeven.

c

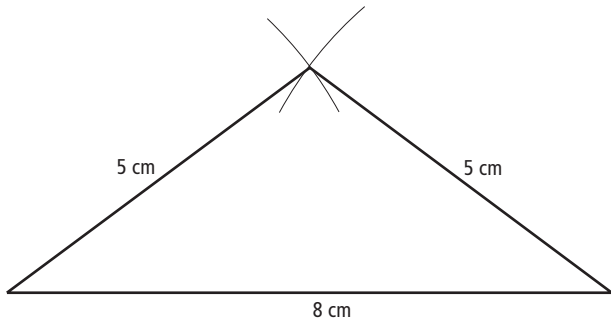


- d** De afstand van punt A naar punt C moet 7 cm zijn en alle punten op een afstand van 7 cm van punt A liggen op een cirkel met straal 7 cm en middelpunt A .
- e** Het snijpunt ligt op beide cirkels en heeft dus een afstand van 7 cm tot punt A én een afstand van 5 cm tot punt B .

32a



b

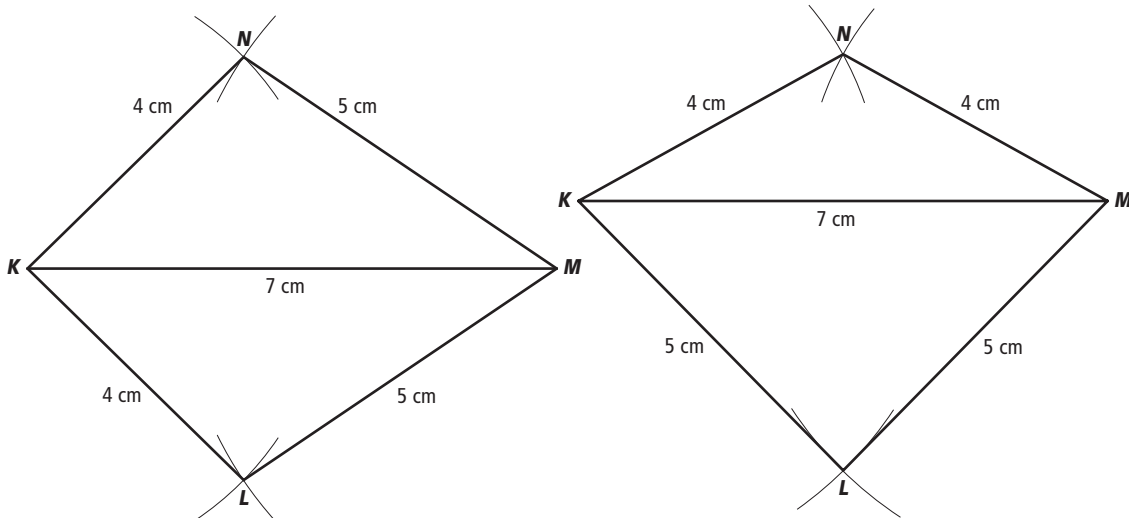


33a Nee, dat kan niet. Omdat $3\text{ cm} + 5\text{ cm} = 8\text{ cm}$, wordt het een 'platte' driehoek.

b Nee, dat kan niet. Als je de onderste zijde 8 cm tekent, moeten de twee andere zijden samen meer dan 8 cm lang zijn om een snijpunt te krijgen.

c Bij opdracht 32 zijn telkens twee zijden samen langer dan de derde zijde.

34a De vlieger bestaat uit twee driehoeken. Voor de constructie van elke driehoek gebruik je de methode met de passer zoals in opdracht 32. De vlieger van Karin is de figuur hier linksonder.

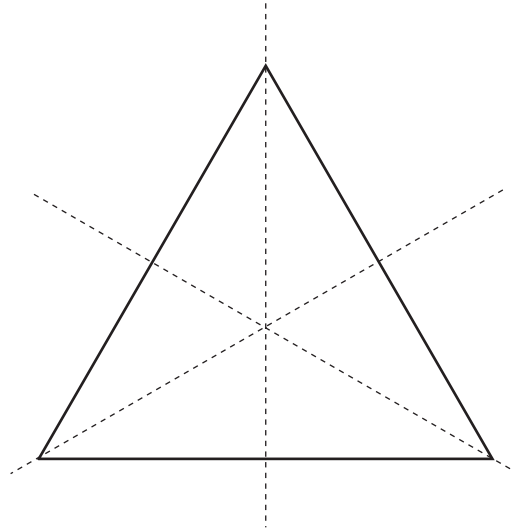
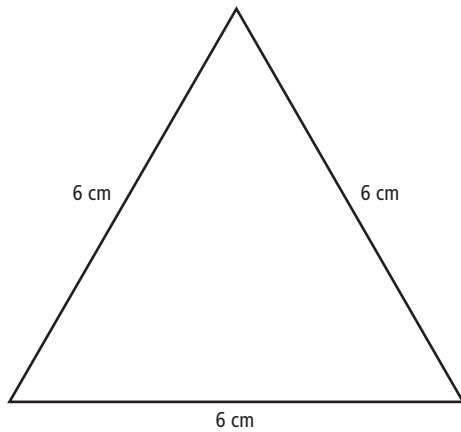


b De lijn KM is de symmetrieas.

c De vlieger van Christa is de figuur hier rechtsboven.

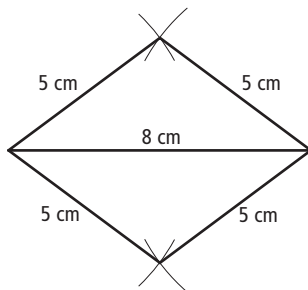
d In de figuur rechtsboven is de lijn LN de symmetrieas.

35a Zie de linkerfiguur hieronder.



- b De driehoek is een gelijkzijdige driehoek.
- c De hoeken van deze driehoek zijn even groot en dus elk $180^\circ : 3 = 60^\circ$.
- d Zie de figuur rechtsboven.

36a De tekening is op schaal 1 : 2.



- b Een vierhoek met vier gelijke zijden is een ruit.
- c De andere diagonaal is 6 cm lang.

9-6 Gemengde opdrachten

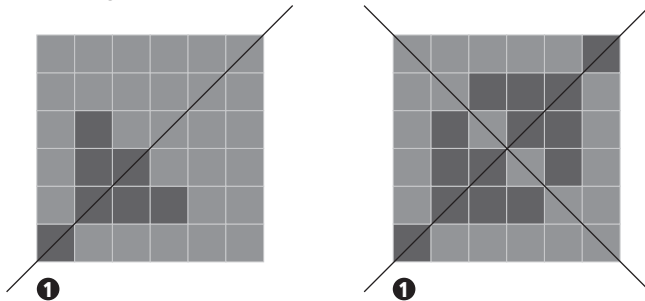
37a De letters F, G, J, L, N, P, Q, R, S en Z hebben geen symmetrieas.

b De letters H, I, O en X hebben twee symmetrieassen.

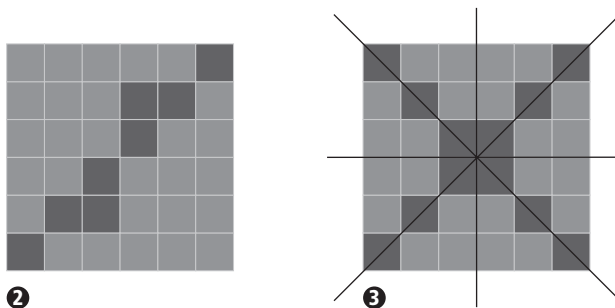
aantal symmetrieassen	letters
0	F, G, J, L, N, P, Q, R, S, en Z
1	A, B, C, D, E, K, M, T, U, V, W, en Y
2	H, I, O en X
3	-
4	-
meer dan 4	-

d De letters H, I, N, O, S, X en Z zijn draaisymmetrisch.

- 38a** Door twee hokjes in te kleuren krijg je een spiegelsymmetrische figuur.
Zie de figuur hier links onder.



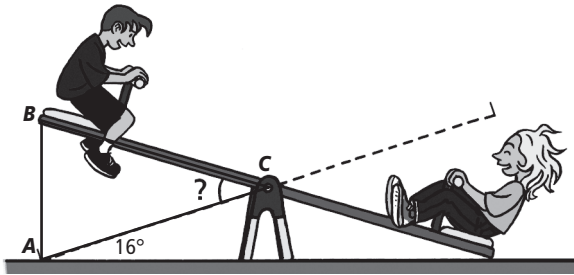
- b** De linkerfiguur hierboven heeft één symmetrieas.
c Zie de rechterfiguur hierboven.
d De figuur hier linksonder is draaisymmetrisch, maar niet spiegelsymmetrisch.



- e** De linkerfiguur hierboven is draaisymmetrisch over 180° .
f Zie de rechterfiguur hierboven. Deze figuur heeft nu vier symmetrieassen.

- 39a** Omdat vierhoek $ABDE$ een ruit is, zijn alle zijden van deze vierhoek even lang.
Dus in driehoek ADE zijn de zijden AE en DE even lang. Driehoek ADE is dus een gelijkbenige driehoek.
- b** In driehoek ADE is $\angle A_1 + \angle D_1 + \angle E = 180^\circ$. Dus de hoeken $\angle A_1$ en $\angle D_1$ zijn samen $180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$. Omdat driehoek ADE gelijkbenig is, zijn de basishoeken $\angle A_1$ en $\angle D_1$ even groot. Dus is $\angle A_1 = 53^\circ : 2 = 26,5^\circ$.
- c** In de ruit $ABDE$ zijn de tegenoverliggende hoeken even groot, dus is $\angle B_1 = \angle E$ en dus $\angle B_1 = 127^\circ$. En omdat hoek B een gestrekte hoek is, is $\angle B_2 = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$.
- d** In de ruit $ABDE$ deelt de diagonaal AD de hoeken A en D middendoor.
Dus is $\angle A_2 = \angle A_1$. De hele hoek A is dan $2 \times 26,5^\circ = 53^\circ$.
Binnen de ruit $ABDE$ zijn de hoeken A en D tegenoverliggend, dus even groot.
Dus is $\angle D_1 + \angle D_2 = 53^\circ$.
Verder geldt in driehoek BCD dat $\angle B_2 + \angle C + \angle D_3 = 180^\circ$.
Dus is $\angle D_3 = 180^\circ - 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$.
De hele hoek D is dan $\angle D_1 + \angle D_2 + \angle D_3 = 53^\circ + 37^\circ = 90^\circ$.

40



Zie de figuur hierboven. De driehoek ABC is gelijkbenig, want de zijden AC en BC zijn even lang. In deze driehoek is de basishoek $\angle A$ gelijk aan $90^\circ - 16^\circ = 74^\circ$. De basishoek $\angle B$ is ook 74° . $\angle C = 180^\circ - 74^\circ - 74^\circ = 32^\circ$.

41 Voor een *rechthoek* geldt:

- 1 De overstaande zijden zijn even lang en evenwijdig.
- 2 Vier rechte hoeken.
- 3 De diagonalen zijn even lang en delen elkaar middendoor.
- 4 Twee symmetrieassen.
- 5 Draaisymmetrisch over 180° .

Voor een *ruit* geldt:

- 1 Alle zijden zijn even lang. De overstaande zijden zijn evenwijdig.
- 2 De tegenoverliggende hoeken zijn even groot.
- 3 De diagonalen staan loodrecht op elkaar en delen elkaar middendoor.
- 4 Twee symmetrieassen.
- 5 Draaisymmetrisch over 180° .

Voor een *parallelogram* geldt:

- 1 De overstaande zijden zijn even lang en evenwijdig.
- 2 De tegenoverliggende hoeken zijn even groot.
- 3 De diagonalen delen elkaar middendoor.
- 4 Geen symmetrieassen.
- 5 Draaisymmetrisch over 180° .

Voor een *vlieger* geldt:

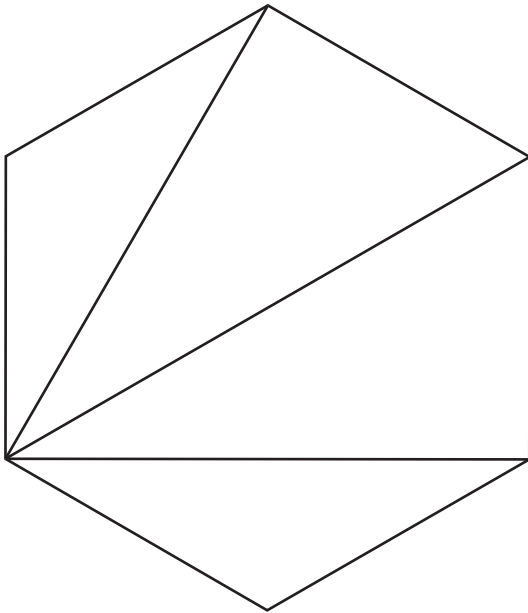
- 1 De zijden zijn twee aan twee even lang.
- 2 Twee overstaande hoeken zijn even groot.
- 3 De diagonalen staan loodrecht op elkaar. Eén diagonaal deelt de andere middendoor.
- 4 Eén symmetrieas.
- 5 Niet draaisymmetrisch.

42a Er is één hoek van 90° , want de driehoek is rechthoekig.

De derde hoek is $180 - 90 - 27 = 63^\circ$.

- b Twee scherpe en twee stompe hoeken zijn samen 360° . Eén scherpe en één stompe hoek zijn samen 180° . Eén scherpe en één stompe zijn gelijk aan vier scherpe hoeken. Elke scherpe hoek is $180^\circ : 4 = 45^\circ$. Elke stompe hoek is $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.
- c Eén stompe en één scherpe hoek zijn samen 180° . Als het verschil 18° is, dan moet de stompe hoek $90^\circ + 9^\circ = 99^\circ$ zijn. De scherpe hoek is $90^\circ - 9^\circ = 81^\circ$.
- d De twee overgebleven hoeken zijn samen $360 - 70 - 70 = 220^\circ$. De grootste is vier maal de kleinste, dus samen zijn ze vijf maal zo groot als de kleinste. De kleinste hoek is dus $220^\circ : 5 = 44^\circ$ en de grootste is $4 \times 44^\circ = 176^\circ$.

43a



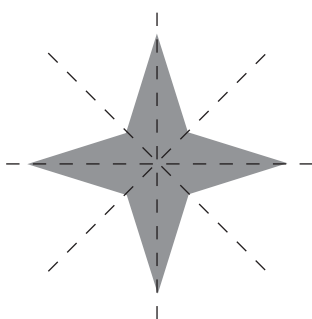
- b Je krijgt 4 driehoeken.
- c De hoeken van elke driehoek zijn samen 180° . De hoeken van de zeshoek samen zijn gelijk aan alle hoeken van de 4 driehoeken bij elkaar, dus $4 \times 180^\circ = 720^\circ$. Elke hoek van de regelmatige zeshoek is dus $720^\circ : 6 = 120^\circ$.
- d Een achthoek kan worden verdeeld in zes driehoeken. De hoeken van de achthoek zijn dus samen $6 \times 180^\circ = 1080^\circ$. Elke hoek van een regelmatige achthoek is $1080^\circ : 8 = 135^\circ$.
- e Een tienhoek kan worden verdeeld in acht driehoeken. De hoeken van de tienhoek zijn dus samen $8 \times 180^\circ = 1440^\circ$. Elke hoek van een regelmatige tienhoek is $1440^\circ : 10 = 144^\circ$.

ICT Symmetrie

- I-1a De linkerhelft van de vlinder is het spiegelbeeld van de rechterhelft.
 - b Hij zet het spiegelkje op de lijn die de kop met de onderkant van het lijfje verbindt.
 - c Nee, er zijn nog kleine verschillen. Bijvoorbeeld de sprietten van de vlinder staan niet symmetrisch. Ook de achtergrond is niet symmetrisch.

I-2a Melissa heeft gelijk. Zie de figuur hieronder.

b



I-3a

b

c

- I-4a** Het spiegelbeeld staat met de pijl naar links gericht.
- b** De figuur verandert nu niet.
- c** Bij horizontaal spiegelen verandert figuur B niet, bij verticaal spiegelen wel. Figuur B heeft daarom één symmetrieas. Figuur C verandert niet bij zowel horizontaal spiegelen als verticaal spiegelen. Figuur C heeft daarom twee symmetrieassen.
- d** -
- I-5a** In welke lijn je ook spiegelt, figuur D verandert altijd. Figuur D heeft dus geen symmetrieassen.
- b** -
- c** Nee, de pijl staat dan naar links.
- d** Figuur C past wel na een halve draai op zichzelf, maar niet na een kwart draai.
- e** Figuur E past na éénachtste draai weer op zichzelf, en ook na een kwart draai, na drieachtste draai, na een halve draai, na vijfachtste draai, na driekwart draai en na zevenachtste draai.
- I-6a** Nee, de figuur is niet spiegelsymmetrisch.
- b** -
- c** Nee dat lukt niet.
- d** Nee, de figuur is ook niet draaisymmetrisch.
- e** -

Test jezelf

- T-1a** Figuur 1 heeft 1 symmetrieas.
 Figuur 2 heeft 6 symmetrieassen.
 Figuur 3 heeft 1 symmetrieas.
 Figuur 4 heeft 5 symmetrieassen.
 Figuur 5 heeft 3 symmetrieassen.
- b** Figuur 2, 4 en 5 zijn draaisymmetrisch.
- c** Figuur 2 is draaisymmetrisch over 60° , 120° , 180° , 240° en 300° .
 Figuur 4 is draaisymmetrisch over 72° , 144° , 216° en 288° .
 Figuur 5 is draaisymmetrisch over 120° en 240° .
- T-2a** $\angle K + \angle L + \angle M = 180^\circ$
 $\angle L = 180^\circ - 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $\angle A = 180^\circ - 83^\circ - 42^\circ = 55^\circ$
- b** De drie hoeken samen zijn 180° . Eén van de hoeken is 90° , een andere 28° .
 De derde hoek is dus $180^\circ - 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$.
 De twee andere hoeken zijn dus 90° en 62° .
- c** De twee basishoeken zijn samen $180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$.
 De twee basishoeken zijn even groot, dus elk $106^\circ : 2 = 53^\circ$.

T-3 In vierhoek $PQRS$ geldt $\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 360^\circ$

$$\angle P = 360^\circ - 76^\circ - 51^\circ - 132^\circ = 101^\circ.$$

In vierhoek $DEFG$ geldt $\angle D + \angle E + \angle F + \angle G = 360^\circ$ en $\angle G = 90^\circ$.

$$\angle F = 360^\circ - 90^\circ - 75^\circ - 140^\circ = 55^\circ.$$

Vierhoek $KLMN$ is een vlieger, dus de hoeken L en N zijn even groot. Verder geldt:

$$\angle K + \angle L + \angle M + \angle N = 360^\circ, \text{ dus } \angle L + \angle N = 360^\circ - 38^\circ - 116^\circ = 206^\circ.$$

$$\angle L = 206^\circ : 2 = 103^\circ \text{ en } \angle N = 206^\circ : 2 = 103^\circ.$$

T-4a Hoek A is een gestrekte hoek dus $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 = 180^\circ$.

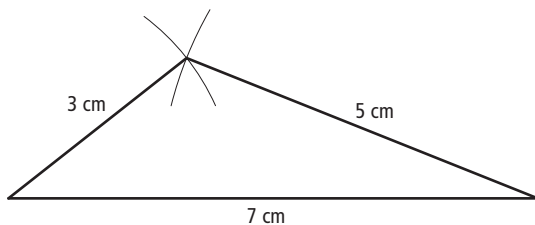
$$\angle A_3 = 90^\circ, \text{ dus } \angle A_2 = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ.$$

b $\angle B_1 + \angle B_2 = 180^\circ$, dus $\angle B_2 = 180^\circ - 137^\circ = 43^\circ$.

$\angle B_3 = 90^\circ$, en omdat de hoeken B_2 en B_5 overstaande hoeken zijn is $\angle B_5 = 43^\circ$.

Omdat $\angle B_3 = 90^\circ$ zijn de hoeken B_4 en B_5 samen ook 90° . Dus is $\angle B_4 = 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ$.

T-5



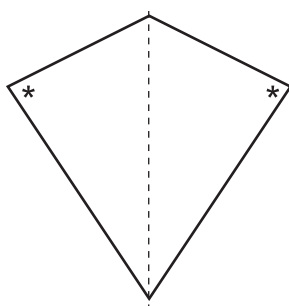
T-6 Figuur 1 hoort bij een ruit, want de diagonalen staan loodrecht op elkaar én snijden elkaar middendoor.

Figuur 2 hoort bij een rechthoek, want de diagonalen zijn even lang én snijden elkaar middendoor.

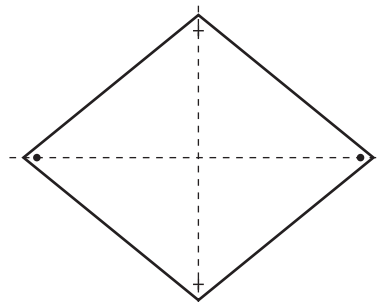
Figuur 3 hoort bij een vlieger, want de diagonalen staan loodrecht op elkaar.

Figuur 4 hoort bij een vierkant, want de diagonalen zijn even lang, staan loodrecht op elkaar én snijden elkaar middendoor.

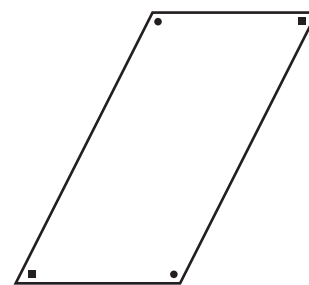
T-7abc



vlieger



ruit



parallellogram

d De hoeken P en R zijn tegenoverliggend en dus even groot. Dus is $\angle R = 34^\circ$.

Verder is $\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 360^\circ$, dus zijn de hoeken Q en S samen $360^\circ - 34^\circ - 34^\circ = 292^\circ$.

De hoeken Q en S zijn tegenoverliggend en dus even groot.

Dus is $\angle Q = 292^\circ : 2 = 146^\circ$ en $\angle S = 146^\circ$.

- e Er zijn drie mogelijkheden. Telkens geldt $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$.
- 1 De hoeken A en C zijn tegenoverliggend en dus even groot. In dat geval is $\angle C = 50^\circ$ en $\angle D = 360^\circ - 50^\circ - 50^\circ - 85^\circ = 175^\circ$. Je kunt de hoeken C en D ook verwisselen.
 - 2 De hoeken B en D zijn tegenoverliggend en dus even groot. In dat geval is $\angle D = 85^\circ$ en $\angle C = 360^\circ - 85^\circ - 85^\circ - 50^\circ = 140^\circ$. Je kunt de hoeken C en D ook verwisselen.
 - 3 De hoeken C en D zijn tegenoverliggend en dus even groot. Ze zijn dan samen $360^\circ - 50^\circ - 85^\circ = 225^\circ$. Dus is $\angle C = 225^\circ : 2 = 112,5^\circ$ en is ook $\angle D = 112,5^\circ$.

T-8a $BM = BM$, de driehoek is dus gelijkbenig. Zo ook de driehoeken BCM en DEM .

- b Hoek M is een volle hoek, dus 360° .
 $\angle M_1 = 360^\circ : 5 = 72^\circ$.
- c In driehoek ABM zijn de basishoeken A en B even groot.
 Verder is $\angle A + \angle B + \angle M_1 = 180^\circ$.
 $\angle A + \angle B = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$. Dus is in driehoek ABM $\angle A = 108^\circ : 2 = 54^\circ$.
 De hele hoek A is dan $2 \times 54^\circ = 108^\circ$.
 Elke hoek van de vijfhoek is 108° .
- d Driehoek ADE is gelijkbenig.
 Driehoek ABD is ook gelijkbenig.
- e In driehoek ADE geldt $\angle A_1 + \angle D_1 + \angle E = 180^\circ$. Omdat $\angle E = 108^\circ$, geldt $\angle A_1 + \angle D_1 = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$.
 De basishoeken A_1 en D_1 zijn even groot, dus is $\angle A_1 = 72^\circ : 2 = 36^\circ$ en ook $\angle D_1 = 36^\circ$.
 $\angle A_2 = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$.
 $\angle D_3 = 36^\circ$ (dezelfde situatie als $\angle D_1$) en dus is $\angle D_2 = 108^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 36^\circ$.

T-9a $BCDE$ is een ruit, want de vier zijden zijn even lang.

- b Omdat $AE = BE$ zijn de basishoeken A en B_1 even groot. Dus is $\angle A = 60^\circ$.
 Hoek B is een gestrekte hoek, dus $\angle B_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.
 De hoeken B_2 en D zijn tegenoverliggende hoeken en dus even groot.
 Dus $\angle D = 120^\circ$.
 Omdat $\angle B_2 + \angle C + \angle D + \angle E_2 = 360^\circ$ is $\angle C + \angle E_2 = 360^\circ - 120^\circ - 120^\circ = 120^\circ$.
 De hoeken C en E_2 zijn even groot, dus is $\angle C = 120^\circ : 2 = 60^\circ$ en is ook $\angle E_1 = 60^\circ$.
- c Driehoek ABE is gelijkzijdig, want de drie hoeken zijn alle drie even groot, namelijk 60° .