# het maximale bereiken

Bij veel producten is het zo dat een lagere prijs zorgt voor een hogere verkoop.

Voor een bepaald soort DVD ’s geldt 

 *q*: aantal stuks dat verkocht wordt; *p*: prijs in euro

* 1. Bereken hoeveel DVD’s er verkocht worden bij een prijs van 9 euro (per stuk) **55**
	2. Bereken de omzet ( Hoeveel geld er totaal wordt betaald) **495 euro**
	3. Bij welke prijs koopt niemand meer een DVD ? **20 euro**
	4. Druk de omzet uit in *p* [Geef een formule waarmee je snel voor elke prijs de omzet kunt uitrekenen] Omzet = ***p*(100 −5*p*)**
	5. Bereken bij welke prijs de omzet maximaal is. 1**0 euro**
1. 

*omzet*

Hiernaast zie je voor een ander product in één assenstelsel grafieken voor zowel de omzet ***O*** als de kosten ***K***.
Horizontaal staat de prijs ***p*** voor het product. De winst, aangegeven met verticale strepen, bepaal je door van de omzet de kosten af te halen.
**a)** Bij welke prijs is de winst 0?
bij **p = 2 en bij p = 11**

*kosten*

*p*

**b)** Bij welke prijs is de winst maximaal? **Bij p = (2+11)/2 =6,5 ,daar waar de langste streep komt**
**c)** Teken hiernaast met potlood de winstgrafiek. Welk vermoeden heb je? **Een parabool minus een rechte lijn geeft een parabool! Door (2,0), (11,0) en xtop = 6.5**

Een bedrijf maakt computers op bestelling. De kostprijs bedraagt 415 euro per stuk. Het aantal bestellingen is sterk afhankelijk van de prijs: *q* = 40 000− 60*p*

* 1. Bereken de omzet en de winst bij een verkoopprijs van 495 euro

**Omzet ruim 5 mln euro, winst 824 000 euro**

* 1. Leg uit dat een formule voor de Winst is: (40 000−60*p*)(*p*−415)

***p*−415 is de winst per computer ; 40 000− 60*p* is het aantal bestellingen**

* 1. Laat zien dat W = (40 000−60*p*)*p−* 415(40 000−60*p*) ook een goede formule is.

**Winst = Omzet − Kosten**

* 1. Ga na bij welke prijs de winst het hoogst is **ca 541 euro**

Tijdens de jaarlijkse pannenkoekenactie blijkt dat bij een prijs van € 1,00 slechts 120 worden verkocht. Elke prijsverlaging van € 0,20 levert een verkoop van zo’n 80 extra pannenkoeken op:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Prijs per pannenkoek**in € | **Aantal verkochte pannenkoeken** | **Opbrengst** in € |
| 1,00 | 120 | 120,00 |
| 0,80 | 200 | 160,00 |
| 0,60 | 280 | 168,00 |
| 0,40 | 360 | 144,00 |
| 0,20 | 440 | 88,00 |
| 0,00 | 520 | 0 |

* 1. **De opbrengst is 0 uiteraard bij *p* = 0 maar ook bij *p* = 1,30**
	2. **De opbrengst is maximaal bij *p* = 0,65 euro (het midden van 0 en 1,30)**
	3. **Maximale opbrengst is 260 × 0,65=169 euro**

De pannenkoeken brengen ook kosten met zich mee, zo’n € 0,20 per pannenkoek

We gaan er vanuit dat deze kosten alleen gemaakt worden voor de *verkochte* pannenkoeken

(Van te voren is dus bekend hoeveel pannenkoeken er verkocht worden)

* 1. Bij een prijs van 0,80 per pannenkoek verkoop je er 200.
	De kosten zij dus 200 × 0,20 = 40 euro. De opbrengst 200 × 0,80 = 160 euro en de winst 160 – 40 = **120 euro**. Je kan natuurlijk ook 200 × 0,60 (de winst per pannenkoek) doen.
	2. **Bij *p* = 1,30** verkoop je niets, dus zijn zowel de kosten als de opbrengt 0 euro.
	**Bij *p* = 0,20** verkoop je ze voor kostprijs a Ook daar de winst dus 0.
	3. In het midden bij *p* = (1,30+0,20)/2 = **0,75** is de winst dus maximaal.
	De winst is dan 220 × (0,75 – 0,20) = **121 euro.**

.

Om een **formule** voor de winst te bepalen zijn een flink aantal stappen nodig

* 1. Het aantal verkochte pannenkoeken *q* bereken je met *q* = 520 – 400*p*
	2. Voor de opbrengst geldt de formule *O* = *p*(520−400*p*) = 520*p* – 400*p*2
	Ofwel  ***O*=** **-400*p*2 +520*p***
	3. Voor de kosten geldt de formule *K* = 0,20(520-400*p*) = 104 – 80*p*
	Ofwel ***K* = -80*p* + 104**
	4. De winst bereken je door van de opbrengst de kosten af te halen dus:
	***O* = -400*p*2 + 520*p*
	*K* = - 80*p* + 104 -
	*W* = -400*p*2 + 600*p* - 104**
	5. De maximale winst vind je door eerst op zoek gaan naar de symmetrie
	Zoek twee punten met gelijke winst.
	**-400*p*2 + 600*p* - 104 = -104
	-400*p*2 +600*p* = 0
	-400*p*(*p*-1,5) = 0
	*p* = 0 OF *p* = 1,5.
	Symmetrie dus bij *p* = 0,75. Maximale winst dus 121 euro (invullen in de winstformule)**
	6. Winst per pannenkoek is *p*–0,20
	7. *W* = (520 – 400*p*)(*p*– 0,20)
	8. *W* = 0 als
	(520 –400*p*)(*p* – 0,20) = 0
	520 –400*p* = 0 OF *p* – 0,20 = 0
	400p = 520 OF *p* = 0,20
	*p* = 1,30 of *p* = 0,20.
	Dus tussen de *p* = 0,20 en *p* = 1,30 wordt er winst gemaakt.
	9. Winst maximaal bij (0,20 + 1,30)/2 **= 0,75**Maximale winst is dan 220 × 0,55 = **121 euro**.

Tijdens Koninginnedag blijkt dat bij een prijs van € 3,00 per stuk 50 broodjes worden verkocht. Elke prijsverlaging van € 0,50 levert een verkoop van zo’n 40 broodjes extra op

De broodjes kosten € 0,80 per stuk.

* 1. **W = (290 – 80*p*)(*p* – 0,80)
	W = 0 bij *p* = 0,80 of bij *p* = 3,625
	Winst maximaal bij *p* = 2,2125. In de praktijk zal dit 2,20 worden**
	2. **Maximale winst = 159,60**

Bij de volgende opdrachten krijg je steeds een “opbrengstformule” en een “kostenformule”.
Bepaal elke keer de maximale ‘winst’

* 1. ***O* = - 4*x*2 + 12*x*
	*K* = - 4*x* + 12 -
	*W* = - 4*x*2 +16*x* − 12**

**W symmetrisch t.o.v. *x* = 2, want bij *x* = 0 en bij *x* = 4 is *W* = -12
Maximale winst is dan 4**

* 1. ***O* = - 7*x*2 + 63*x*
	*K* = - 7*x* + 84 −
	*W* = -7 *x*2 +70*x* − 84
	*W* symmetrisch t.o.v. *x* = 5, want bij *x* = 0 en bij *x* = 10 is *W* = -84
	Maximale winst is dan 91**
	2. ***O* = 10(*x*-3)(8−*x*) en K = 10*x*−5
	*O* = -10*x*2 + 110*x* −240
	*K* = 10*x* − 5 −
	*W* = -10*x*2 +100*x* − 235
	W symmetrisch bij *x* = 5, want bij *x* = 0 en bij *x* = 10 is *W* = -235
	Maximale winst is dan 15**
1.

***H* = 0,005*x*2 – 0,15*x* + 10 l
*H* = 0,1*x* \_ -
Verschil = 0,005*x*2 – 0,25*x* + 10
Hoogteverschil symmetrisch bij *x* = 25 want zowel bij *x* = 0 en als bij *x* = 50 is het verschil 10.
Het minimale hoogteverschil zit dus midden tussen de palen en is 6,88 meter.**

1. 

***y* = 0,5(*x−*1)2+8 = 0,5*x*2 – *x* + 8,5**

***y* = 0,5(*x*+2)(6−*x*) = - 0,5 *x*2 + 2*x* + 6 -**

**Verticale verschil = *x*2 − 3*x* + 2,5
Minimaal bij *x* = 1,5
Minimale verschil is 0,25**

### §2 De abc formule.

1. 

Hierboven staat een foto van een deel van een brug over de Loire. Je ziet o.a. twee lange doorhangende draagkabels waaraan de brug via verticale kabels is opgehangen. Voor de hoogte van deze draagkabels boven het wegdek geldt de formule: (alles in m)

  met *a* is de afstand tot de linker poort

* 1. Hoeveel meter hangt het laagste punt van de draagkabel boven het wegdek? **1,85 m**
	2. Waarom heeft de vergelijking  geen oplossingen? **Laagste punt is 1,85 meter.**

Een bijbehorende formule in de abc vorm is:  (Ga na)!

* 1. Hoe zie je aan deze formule dat de draagkabel overal boven het wegdek zit?
	**Top bij a = 0,54/0,012 = 45. Invullen geeft top (45;1,85)
	Dalparabool met laagste punt boven de horizontale as.**
	2. Bereken de twee nulpunten van *y* = *x*2 +13*x* + 41 **Top bij x = -6,5 dus top (-6,5;-1,25)
	(x+6,5)2-1,25 = 0
	 of** 
	** of** 
	3. Voor welk c heeft de parabool  *y* = *x*2 +13*x* + c precies 1 nulpunt? **Voor c = 42,25**
	4. En voor welke c heeft de parabool  *y* = *x*2 +13*x* + c geen nulpunten? **Voor c > 42,25**

Bepaal de nulpunten (als deze er zijn) van

* 1. *x*2 +10*x* + 6 = 0
	(x+5)2−19 = 0
	(x+5)2 = 19
	 of 
	2. *-x*2 +0,8*x* + 2 = 0
	*x*2 −0,8*x* − 2 = 0
	(x−0,4)2 − 2,16 = 0
	 of 
	3. *x*2 −60*x* + 400 = 0
	(*x*−30)2 − 500 = 0
	 of 
	4. *x*2 −7*x* + 10 = 0
	(x–3,5)2 – 2,25
	 of 
	x = 5 of x= 2
	5. Los 6*x*2 +7*x* – 10 = 0 op met de ABC-formule
	 =  = Dus  of *x*= -2
	6. Doe het zelfde met 5∙*x*2 −3 *x* = 2 [Hint: eerst op nul herleiden]
	 =  Dus  of *x*= 1
	7. Hoe kun je snel zien dat de vergelijking 3∙*x*2 +7*x* +5 =0 **geen** oplossingen heeft ?
	De discriminant ( D = 49 − 60 = -11) is kleiner dan 0

Los de volgende vergelijkingen steeds op twee manieren op, met en zonder ABC-formule

* 1. (*x*−3)(*x*−5) =0 ***x*=3 of *x*=5**
	2. *x*2 =*7x* ***x*=0 of *x* =7**
	3. *x*(*x*−3) = 30 
	4. (*x*−3)2 = 7 
	5. *x*2 −6*x*+8 =0 ***x*= 2 of *x*= 4**
	6. *x*2 +6*x* = 16 ***x*= 2 of *x*= -8**
	7. *x*2 = *x*+1  (*x*≈0,618 of *x* ≈1,618)
	8.   en zijn gelijkwaardig
	9. Symmetrie bij 
	10.  vind je door in te vullen in de formule

 *
 
 *

**

**





* 1. 

Leid de ABC-formule af door A∙x2 + B∙x + C = 0 op te lossen door deze eerst in de topvorm te schrijven en vervolgens de bordjesmethode (kwadraat = getal) toe te passen.

Top **dus **Los op *

*
*


*

Of met kwadraat afsplitsen
A∙x2 + B∙x + C = 0
*


*
*





*

Tijdens een bepaalde service beschrijft de tennisbal een baan die voldoet aan de volgende formule: **** [*x* horizontale afstand, *h* hoogte , beide in meters ]

Het net staat op ongeveer 12,5 meter, en is 1 meter hoog.



1. Bereken waar deze bal op de grond terecht komt.
****
2. Bereken ook waar de bal op de grond terechtkomt als de beginhoogte geen 2,50, maar 2,25 is
****